4320195-Física Geral e Exp. para a Engenharia I - 3^a Prova - 28/06/2012

Nome:____ N^o USP: _______________

Professor:____ Turma: _______________

- A duração da prova é de 2 horas.
- Material: lápis, caneta, borracha, régua. O uso de calculadora é proibido
- Deixe indicada a raiz de números que não sejam quadrados perfeitos. Não é necessário fazer aproximações.
- Preencha todas as folhas, inclusive esta, com o seu nome, número USP e o nome do seu professor, de forma legível.
- Resolva cada exercício começando na frente da folha de respostas possuindo o mesmo número que o exercício, utilizando, se for necessário, o verso da folha.
- Justifique todas as suas respostas com comentários, fórmulas e cálculos intermediários, sem esquecer as unidades das grandezas físicas pedidas.
- Deixe sobre a carteira documento de identificação (identidade ou carteira da USP)
- Revisão da prova e resultados serão anunciados no site da disciplina.

---

(1) A hélice propulsora de um avião possui comprimento $l = 2m$ (de uma extremidade a outra) e massa $M = 90kg$. Logo no início do funcionamento do motor, ele aplica um torque de $480\pi Nm$ na hélice, que começa a se mover a partir do repouso. O momento de inércia da hélice em relação ao eixo perpendicular ao plano da hélice passando pelo seu centro de massa é $I_{CM} = \frac{Ml^2}{12}$.

(1,0) (a) Construir o gráfico do ângulo de rotação θ em função do tempo t, considerando a unidade de θ em revoluções e do tempo t em segundos ($\theta(rev.) \times t(s)$). Também construa o gráfico da velocidade angular ω em função do tempo ($\omega(\frac{rev.}{s}) \times t(s)$). Considere na construção de ambos os gráficos os instantes t = 0, 1 e 2 s.

(0,5) (b) Qual é o trabalho realizado pelo motor durante as 9 $rev.$ iniciais? Utilize a unidade do trabalho realizado em Joule (J).

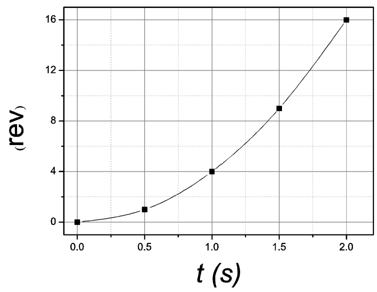
(0,5) (c) Qual é a potência média fornecida pelo motor durante as 9 $rev.$ iniciais? Utilize a unidade da potência em Watts (W).

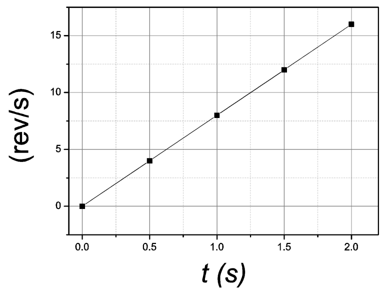
(0,5) (d) Qual é a potência instantânea do motor no instante em que a hélice propulsora completa essas 9 $rev.$? Utilize a unidade da potência em Watts (W).

(a) $\tau = I\alpha$

$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{12\tau}{ml^2} = \frac{12.480\pi}{90.2^2} = 16\pi\frac{rad}{s^2} = 8\frac{rev.}{s^2}$

$\theta(t) = \frac{\alpha t^2}{2}$





$\omega(t) = \alpha t$

(b) $W = \tau\theta = 480\pi(Nm).\,9(rev.).\,2\pi(\frac{rad}{rev.}) = 8.6\pi^2 kJ$

(c)

$\Delta t = \sqrt{\frac{2\theta}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2\cdot 9}{8}} = sqrt\frac{9}{4} = \frac{3}{2}s$

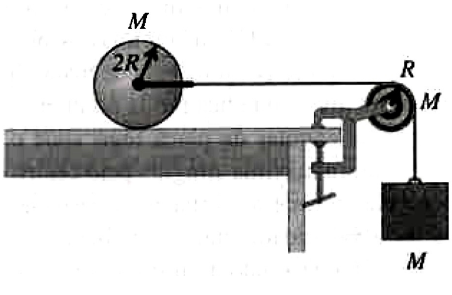
$\langle P \rangle = \frac{W}{\Delta t} = \frac{2.8{,}6\pi^2(kJ)}{3(s)} = 5{,}73\pi^2 kW$

(d)

$P = \tau\omega = 480\pi(Nm).\,12\frac{rev.}{s}2\pi(\frac{rad}{rev.}) = 11{,}52\pi^2 kW$

(2) Um cilindro homogêneo de massa M e raio $2R$ está em repouso sobre o topo de uma mesa. Um fio é ligado por meio de um suporte duplo preso às extremidades de um eixo sem atrito passando pelo centro do cilindro de modo que o cilindro pode girar em torno do eixo. O fio (inextensível e de massa desprezível) passa sobre uma polia em forma de disco de massa M e raio R montada em um eixo sem atrito que passa pelo seu centro. Um bloco de massa M é suspenso na extremidade livre do fio. O fio não desliza sobre a polia e o cilindro rola sem deslizar sobre o topo da mesa. O sistema é liberado a partir do repouso.

Expresse seus resultados em termos dos dados do problema (M e R) e da aceleração da gravidade g.



(0,5) (a) Esboce diagramas de corpo livre (indicando as forças atuantes) do cilindro, da polia e do bloco.

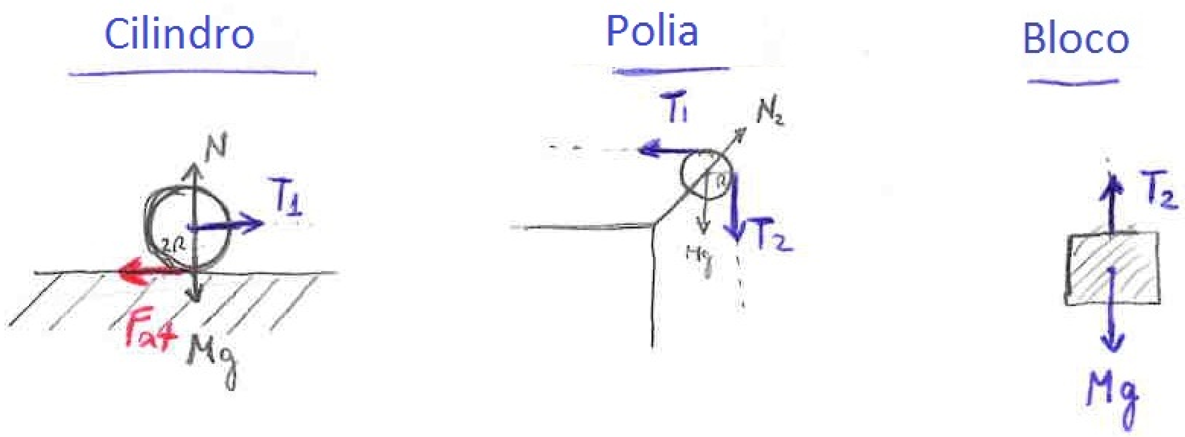
(1,0) (b) Calcule a aceleração do bloco.

(0,5) (c) Determine o módulo do torque resultante na polia.

(0,5) (d) Calcule o coeficiente de atrito estático entre o cilindro e a mesa.

Dados: disco de massa m_d e raio R_d, eixo perpendicular ao plano do disco passando pelo centro: $I_d = \frac{m_d R_d^2}{2}$. Cilindro de massa m_c e raio R_c, eixo central $I_c = \frac{m_c R_c^2}{2}$.

(a)



(b) Como a corda (de massa desprezível) une o bloco e o cilindro, a aceleração dos três será a mesma ($= a$).

Para o cilindro, temos:

2^a Lei

$M.a = T_1 - F_{atrito} \Rightarrow T_1 = M.a + F_{atrito}$

Torque

$I_c.\alpha_c = F_{atrito}.(2R) \Rightarrow (2R).F_{atrito} = \frac{1}{2}M.(4R^2).\alpha_c$

Como o cilindro rola sem deslizar, temos $\alpha_c = \frac{a}{2R}$ e então a 2a equação fica $F_{atrito} = \frac{Ma}{2}$ e temos:

$$F_{atrito} = \frac{Ma}{2} \Rightarrow T_1 = \frac{3}{2}Ma \tag{1}$$

Para a polia, temos

$$I_d.\alpha_d = (T_2 - T_1).R \Rightarrow (T_2 - T_1).R = \frac{MR^2}{2}.\alpha_d \Rightarrow (T_2 - T_1) = \frac{M.R.\alpha_d}{2}.$$

Como a corda não deslida sobre a polia, $\alpha_d.R = a$, logo $(T_2 - T_1) = \frac{Ma}{2}$. Substituindo a equação (1), temos $T_2 = 2Ma$.

Para o bloco, temos $Ma = Mg - T_2 \Rightarrow 3a = g$ ou seja, $\boxed{a = \frac{g}{3}}$.

(c) Da equação para a polia, temos que o torque resultante será dado por

$\tau = I_d.\alpha_d = \frac{MR^2}{2}.\frac{a}{R} = \frac{1}{2}M.a.R$

Como $a = g/3$, temos $\boxed{\tau = \frac{1}{6}M.g.R}$.

d) Da eq. para o cilindro, temos que o torque da força de atrito será:

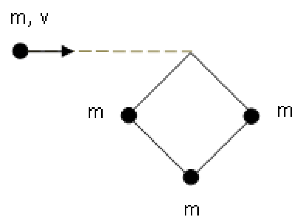
$F_{atrito}.(2R) = I_c.\alpha_c = \frac{M(2R)^2}{2}.\frac{a}{2R} = M.a.R \Rightarrow F_{atrito} = \frac{M.a}{2}$.

Como $a = g/3$, temos $F_{atrito} = \frac{M.g}{6}$.

O coeficiente de atrito estático será dado por

$\mu_{atrito} = \frac{F_{atrito}}{|N|} = \frac{F_{atrito}}{Mg} \Rightarrow \boxed{\mu_{atrito} = \frac{1}{6}}$

(3) Uma partícula de massa m e velocidade v desliza sobre uma superfície horizontal e colide com um quadrado formado por barras rígidas de massa desprezível e comprimento l, que possui partículas de massa m em três dos seus vértices, como mostrado na figura (vista de cima). O quadrado está inicialmente em repouso, e o atrito entre todos os corpos e a superfície pode ser desprezado. Após a colisão, a partícula fica colada ao quadrado no vértice que estava vazio. Expresse todas as respostas em função de m, l e v.



(0,5) (a) Que grandezas físicas relevantes para o problema são conservadas na colisão? Justifique sua resposta.

(0,5) (b) Determine o momento de inércia do sistema, após a colisão, em torno do eixo de rotação relevante para o problema.

(0,5) (c) Determine o vetor velocidade de translação do centro de massa do sistema após a colisão.

(0,5) (d) Determine o vetor velocidade angular de rotação do sistema em torno do seu eixo.

(0,5) (e) Qual é a variação de energia cinética do sistema devido à colisão?

(a) Como $\vec{F}^{ext}_{res} = 0 = \frac{d\vec{P}_{sist}}{dt} \Rightarrow \vec{P}_{sist} = cte.$, o momento linear do sistema é constante.

Como $\vec{\tau}^{ext}_{res} = 0 = \frac{d\vec{L}_{sist}}{dt} \Rightarrow \vec{L}_{sist} = cte.$, o momento angular do sistema é constante.

(b) $I_0 = \sum m_i r_i^2 = 4m(\frac{l\sqrt{2}}{2})^2 = 4m\frac{l^2 2}{4} = 2ml^2$

(c)

$\vec{P}_0 = m\vec{v}$

$\vec{P}_f = m\vec{v}_{CM} \Rightarrow m\vec{v} = 4m\vec{v}_{CM}$

$\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{v}}{4}$

(d)

$\vec{L_0} = \vec{r} \times \vec{p} = m\vec{r} \times \vec{v} \Rightarrow L_0 = mv\frac{l\sqrt{2}}{2}$

$L_f = I\omega = 2ml^2\omega$

$L_0 = L_f \Rightarrow mv\frac{l\sqrt{2}}{2} = 2ml^2\omega \Rightarrow \omega = \frac{v\sqrt{2}}{4l}$

O vetor velocidade angular é perpendicular à superfície horizontal apontando para baixo com módulo igual a $\omega = \frac{v\sqrt{2}}{4l}$.

(e) $K_0 = \frac{1}{2}mv^2$

$K_f = K_{rot} + K_{trans}$

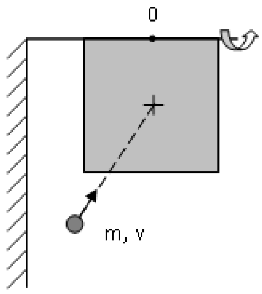
$K_f = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}MV_{CM}^2 = \frac{1}{2}2ml^2\omega^2 + \frac{1}{2}4m\frac{v^2}{16} = \frac{1}{2}2ml^2\frac{v^2 2}{16l^2}$

$K_f = \frac{mv^2}{8} + \frac{mv^2}{8} = \frac{mv^2}{4}$

$\Delta K = K_f - K_0 = \frac{mv^2}{4} - \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{1}{4}mv^2$

(4) Um alvo é constituído por uma placa quadrada de lado l e massa M que pode girar sem atrito em volta de um eixo passando por um dos seus lados. O eixo é fixado horizontalmente numa parede e o alvo colocado na sua posição de repouso, conforme mostrado na figura. Em seguida, ele é atingido frontalmente em seu centro por uma partícula de massa m e velocidade v que fica retida no centro da placa. Usando o ponto 0 como origem quando for preciso, e supondo $M = 9m$ (9 vezes a massa da partícula), responda às seguintes perguntas, expressando suas respostas em termos de m, l, v e g.

(0,5) (a) Calcule o momento de inércia total do sistema depois da colisão em torno



do seu eixo de rotação, sabendo que o momento de inércia de uma barra delgada de mesma massa M e largura l em relação a um eixo passando pelo seu centro (e perpendicular à barra) é $I = \frac{Ml^2}{12}$.

(0,5) (b) Qual é a velocidade angular da placa logo após o impacto da bala?

(1,0) (c) Qual é a altura máxima atingida pelo centro de massa da placa antes que ela comece a oscilar em torno da sua posição vertical inferior?

(0,5) (d) Qual é a aceleração angular da placa, naquela altura máxima, expressada em função do ângulo θ que ela faz em relação à sua posição de repouso?

(a) Pelo teorema dos eixos paralelos:

$I_{placa} = I_{CM} + Md^2$

$I_{placa} = \frac{Ml^2}{12} + M(\frac{l}{2})^2 = \frac{1}{3}Ml^2 = \frac{9m}{3}l^2 = 3ml^2$

$I_{part} = mr^2 = \frac{ml^2}{4}$

$I_{total} = I_{placa} + I_{part} = 3ml^2 + \frac{ml^2}{4} = \frac{13}{4}ml^2$

(b) Conservação do momento angular antes e depois da colisão.

$L_0 = mr = \frac{l}{2}mv$

$L_f = I\omega = \frac{13}{4}ml^2\omega$

$L_0 = L_f \Rightarrow \frac{l}{2}mv = \frac{13}{4}ml^2\omega \Rightarrow \omega = \frac{2v}{13l}$

(c) Logo após a colisão depois que a partícula fica retida na placa a energia mecânica do sistema entre a posição inicial e a altura máxima se conserva. Assim:

$E_{m1} = K_1 + U_1 = K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{13}{4}ml^2\frac{4v^2}{13^2l^2} = \frac{mv^2}{26}$

$E_{m2} = K_2 + U_2 = U_2 = (m+M)gh_{CM} = 10mgh_{CM}$

$E_{m1} = E_{m1} \Rightarrow \frac{mv^2}{26} = 10mgh_{CM}$

$h_{CM} = \frac{v^2}{260g}$

(d) $\tau = I\alpha = \frac{13}{4}ml^2\alpha$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}_{res} \Rightarrow \tau = P_{\perp}R = (M+m)gsen\theta\frac{l}{2} = 5mglsen\theta$

$\frac{13}{4}ml^2\alpha = 5mglsen\theta \Rightarrow \alpha = \frac{20g}{13l}sen\theta$