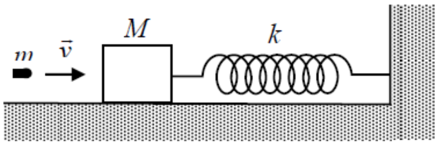
QUESTÕES DE MÚLTIPLA-ESCOLHA (1-4)

Quando necessário, use $\pi = 3,14$, g=10 m/s^2.

(1) [1,0] Um bloco de massa M encontra-se em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito, preso a um suporte rígido, por uma mola de constante k, conforme ilustrado abaixo. Uma bala de massa m e velocidade v atinge o bloco e permanece dentro do bloco. Determine, em termos de M, k, m e v , a amplitude do movimento harmônico simples resultante é:



- ☐ *(a)* $x_m = \frac{mv}{\sqrt{k(m+M)}}$
- ☐ *(b)* $x_m = \frac{M^2 v}{\sqrt{k(m+M)}}$
- ☐ *(c)* $x_m = \frac{(m+M)v}{\sqrt{k(m)}}$
- ☐ *(d)* $x_m = \frac{kMv}{\sqrt{(m+M)}}$
- ☐ *(e)* $x_m = \frac{m^2 v}{\sqrt{k(m+M)}}$

RESPOSTA: alternativa (a)

A velocidade do conjunto bloco-bala, imediatamente após a colisão (V_f), ou seja, ainda na posição de equilíbrio será:

$$V(x=0) = V_m = V_f$$

Usando o princípio de conservação do momento linear, tem-se:

$$\bar{p}_i = \bar{p}_f$$
$$m\bar{v}_i = (m+M)\bar{V}_f$$
$$\bar{V}_f = \frac{m\bar{v}_i}{(m+M)}$$

Como a energia mecânica E(x) é constante, tem-se que:

$$E(x) = E(x=0) = E(x_m)$$
$$U(0) + K(0) = U(x_m) + K(x_m)$$

***Em** $x = 0$:*

$$K(0) = \frac{1}{2}(m+M)V_m^2 \quad e \quad U(0) = 0$$

***Em** $x = x_m$:*

$$K(x_m) = 0 \quad e \quad U(x_m) = \frac{1}{2}kx_m^2$$

Assim:

$$\frac{1}{2}(m+M)V_m^2 = \frac{1}{2}kx_m^2 \quad e \quad x_m^2 = \frac{(m+M)}{k}V_m^2 = \frac{(m+M)}{k}\frac{(mv^2)}{(m+M)^2}$$

Finalmente:

$$x_m = \frac{mv}{\sqrt{k(m+M)}}$$

(2) [1,0] Se a potência fornecida por um motor de um veículo for constante, e pudermos desprezar perdas por forças externas, como é a dependência temporal da velocidade do veículo partindo do repouso?

- ☐ ***(a)*** $v(t) \propto \sqrt{t}$.
- ☐ ***(b)*** $v(t) \propto t$.
- ☐ ***(c)*** $v(t) \propto \exp(t)$.
- ☐ ***(d)*** $v(t) \propto t^2$.
- ☐ ***(e)*** $v(t) \propto \ln(t)$.

RESPOSTA: alternativa (a)
A potência corresponde à taxa de realização de trabalho no tempo:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Como a potência P ***é constante, o trabalho realizado em um intervalo de tempo*** t ***será igual a*** $W = P\,t$.
Por outro lado, o trabalho realizado é igual à variação de energia cinética, portanto:

$$W = \frac{mv_f^2}{2} - \frac{mv_i^2}{2}.$$

Como o corpo parte do repouso, $v_i^2 = 0$ ***e com isso***

$$W = P\,t = \frac{mv^2}{2}.$$

Portanto

$$v = \sqrt{\frac{2P}{m}t}$$

(3) [1,0] Um caminhão-tanque cheio de água, de massa total M, utilizado para limpar ruas com um jato de água, trafega por uma via horizontal, com coeficiente de atrito cinético μ_c. Ao atingir uma velocidade v_0, o motorista coloca a marcha no ponto morto e liga o jato de água, que é enviada para trás com velocidade v_e relativa ao caminhão, com uma vazão de λ litros por segundo. A velocidade $v(t)$ do caminhão depois de um tempo t È:

- ☐ *(a)* $v(t) = v_0 - \mu_c g t + v_e \ln\left(\frac{M}{M-\lambda t}\right)$.
- ☐ *(b)* $v(t) = v_e \ln\left(\frac{M}{M-\lambda t}\right)$.
- ☐ *(c)* $v(t) = v_0 + v_e \ln\left(\frac{M}{M-\lambda t}\right)$.
- ☐ *(d)* $v(t) = v_0 - \mu_c g t + v_e \ln\left(\frac{M-\lambda t}{M}\right)$.
- ☐ *(e)* $v(t) = v_0 + \mu_c g t + v_e \ln\left(\frac{M}{M-\lambda t}\right)$.

RESPOSTA: alternativa (a)

A ejeção do fluxo de água produz um empuxo sobre o caminhão. Para o caminhão isolado, a variação da velocidade combinada com a variação da massa estão relacionadas por:

$$M(t)\frac{dv}{dt} = -v_e \frac{dM(t)}{dt}$$

de onde obtemos a relação:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{v_e}{M(t)}\frac{dM(t)}{dt}.$$

No entanto, devido à força externa atuando sobre o sistema, há uma aceleração adicional sobre o caminhão. Como a força de atrito é igual a $F_a = -\mu_c M g$***, a variação total da velocidade no tempo é dada por***

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{v_e}{M(t)}\frac{dM(t)}{dt} - \mu_c g.$$

A integração direta no tempo dará

$$v(t) - v(0) = v_e \ln\left(\frac{M(0)}{M(t)}\right) - \mu_c g t.$$

Como $M(t) = M - \lambda t$***, resposta (a)***

(4) [1,0] Em uma colisão elástica bidimensional, vimos que o módulo do momento final p_{1f} do corpo incidente depende do ângulo de espalhamento θ da partícula, da razão entre as massas $\lambda = m_2/m_1$ e do momento inicial da partícula incidente p_{1i}. No referencial em que a partícula 2 está inicialmente em repouso, esta relação é dada por

$$p_{1f} = \frac{p_{1i}}{1+\lambda}\left[\cos\theta + \sqrt{\cos^2\theta + \lambda^2 - 1}\right].$$

Quando as massas entre as partículas são próximas, qual o valor máximo do ângulo de espalhamento da partícula 1,

θ, e o valor máximo do módulo do momento da partícula 2, p_{2f} nesta condição?

- ☐ ***(a)*** $\theta = \pi/2$ rad, $p_{2f} = p_{1i}$
- ☐ ***(b)*** $\theta = 0$ rad, $p_{2f} = 0$
- ☐ ***(c)*** $\theta = \pi$ rad, $p_{2f} = p_{1i}$
- ☐ ***(d)*** $\theta = \pi/2$ rad, $p_{2f} = p_{1i}/2$
- ☐ ***(e)*** $\theta = \pi$ rad, $p_{2f} = p_{1i}/2$

RESPOSTA: alternativa (a)

Note que para termos uma raiz real na equação, precisamos de $\cos^2\theta + \lambda^2 - 1 \geq 1$. ***Ou seja, o ângulo máximo de espalhamento será dado por***

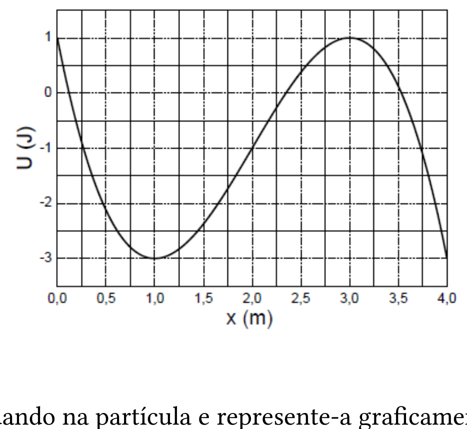
$$sen\theta_m = \lambda$$

para $\lambda < 1$. ***Portanto, à medida que*** $m_2 \rightarrow_1$, $\theta_m \rightarrow \pi/2$. ***Nesta condição,*** $\cos\theta_m \rightarrow 0$, ***e*** $p_{1f} \rightarrow 0$. ***Como a colisão é elástica e a energia cinética final do corpo 1 é nula, toda energia é transferida ao corpo 2. Como os corpos tem a mesma massa,*** $p_{2f} = p_{1f}$.

QUESTÕES DISCURSIVAS

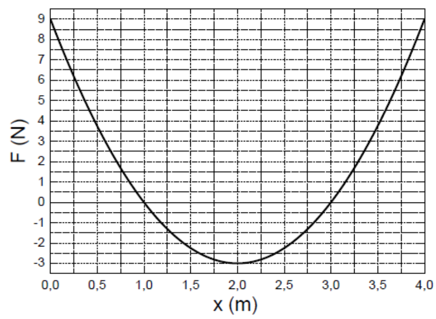
ATENÇÃO: A solução dessa questão deve ser feita no caderno de provas devidamente identificado com nome, NUSP e turma.

(QD1) Uma partícula de massa $m = 1$ kg está sujeita a um potencial $U(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 1$, onde x é dado em metros e U em Joules, representado graficamente na figura.



(a) [0,8] Determine a força F(x) atuando na partícula e represente-a graficamente.

Força que atua sobre a partícula: $F(x) = -\frac{dU}{dx} = 3x^2 - 12x + 9\ N$



(b) [0,4] Identifique os pontos de equilíbrio e classifique-os (estável ou instável).

Os pontos de equilíbrio ocorrem onde $F(x) = 0$***, ou seja:***

$x = 1$ ***m, sendo um ponto de equilíbrio estável***

$x = 3$ ***m, sendo um ponto de equilíbrio instável***

(c) [0,5] Em $x = 2$, a partícula é abandonada a partir do repouso. Em que direção e sentido a partícula passará a se mover? Qual é o módulo da força que atua nela neste ponto?

Quando abandonada a partir do repouso em x=2 m, a partícula se deslocará no sentido de x negativo e o módulo da força que age sobre ela em x=2 m será: $F(2) = 3\ N$.

(d) [0,8] Para a condição inicial do item (c), em que ponto a velocidade da partícula será máxima e qual será o seu valor?

A energia total é dada por $E = U + K$. ***Para E dada, K é máxima quando U é mínima, ou seja, em*** $x = 1$ ***m.***

$$E(2) = U(2) = -1\ J$$

$$E(2) = E(1) = U(1) + K(1) = -3 + K(1) \Longrightarrow K(1) = 2\ J$$

Velocidade da partícula em $x = 1$ ***m:***

$$v(1) = \sqrt{\frac{2K(1)}{m}} = \sqrt{\frac{2.2}{1}} = 2\ m/s$$

(e) [0,5] Para a condição inicial do item (c), quais serão, aproximadamente, os valores máximo e mínimo de x para essa partícula?

O movimento só pode ocorrer no intervalo em que E $\leq$ ***U(x), ou seja, o movimento está restrito ao intervalo:*** ***(0.25*** $\leq$ ***x*** $\leq$ ***2) m.***

(QD2) Um corpo de massa $M = 20$ kg move-se na direção positiva do eixo x com velocidade inicial $v = 20$ m/s. Uma explosão interna de curta duração divide o corpo em três pedaços. Imediatamente após a explosão, um dos fragmentos, com massa $m_1 = 10$ kg, afasta-se do local da explosão com velocidade $v_1 = 40$ m/s ao longo do eixo y positivo. Um segundo fragmento, com massa $m_2 = 4,0$ kg, tem velocidade de módulo 50 m/s na direção x negativa.

(a) [1,5] Determine a velocidade $\vec{v}$ do terceiro fragmento. Escreva sua expressão em termos dos vetores unitários nas direções x e y. Calcule seu módulo.

Supondo que as forças que atuam durante o curto intervalo de tempo da explosão são muito mais

intensas que a força da gravidade, podemos considerar o sistema isolado, ou seja, somente sob a influência de forças internas. Assim, podemos utilizar a conservação do momento linear:

$$Mv\hat{\imath} = m_1 v_1 \hat{\jmath} - m_2 v_2 \hat{\imath} + m_3 \vec{v}_3$$

$$\vec{v}_3 = \frac{(Mv + m_2 v_2)}{m_3}\hat{\imath} - \frac{m_1 v_1}{m_3}\hat{\jmath}$$

Substituindo os valores numéricos:

$$\vec{v}_3 = \frac{(20.20 + 4.50)}{6}\hat{\imath} - \frac{10.40}{6}\hat{\jmath}$$

Vetor velocidade do terceiro fragmento:

$$\vec{v}_3 = \left(100\hat{\imath} - \frac{200}{3}\hat{\jmath}\right)\ m/s$$

Módulo da velocidade do terceiro fragmento:

$$v_3 = \sqrt{100^2 + \left(\frac{200}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{13}{3}}100\ m/s$$

(b) [1,5] Calcule a quantidade de energia liberada na explosão.

A energia liberada na explosão será igual a diferença entre a energia cinética final e inicial:

$$Q = T_f - T_i = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + \frac{1}{2}m_3 v_3^2 - \frac{1}{2}Mv^2$$

$$Q = \frac{1}{2}\left(10.1600 + 4.2500 + 6.\frac{13}{9}.10000 - 20.400\right) = \frac{157000}{3}\ J$$

FORMULÁRIO

$$\vec{F} = m\vec{a}\,;\ \vec{p} = m\vec{v}\,;\ \ \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}\,;\ \vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t)\,dt\,;\ \frac{d}{dt}\vec{p} = \frac{d}{dt}m\left(\vec{v} + \vec{v}_{rel}\right) + \vec{F}_{ext}$$

$$W = \int_{\vec{r}_i}^{\vec{r}_f} F(\vec{r})d\vec{\ell} = K(\vec{v}_f) - K(\vec{v}_f)\,;\ \Delta U = -\int_{x_i}^{x_f} F(x)dx\,;\ F(x) = -\frac{dU(x)}{dx}\,;\ K(\vec{v}) = m|\vec{v}|^2/2$$

Potência: $P = \dfrac{dW}{dt}\,;\ P = \vec{F}\cdot\vec{v}$