4320195-Física Geral e Exp. para a Engenharia I - 2^a Prova - 16/05/2011

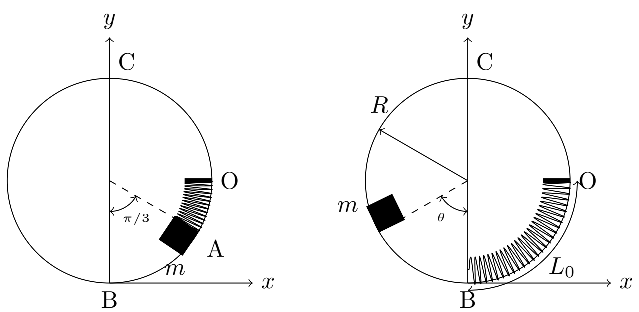
- A duração da prova é de 2 horas.
- Material: lápis, caneta, borracha, régua. O uso de calculadora é proibido
- Deixe sobre a carteira documento de identificação (identidade ou carteira da USP)
- Preencha todas as folhas com o seu nome, número USP e o nome do seu professor, de forma legível.
- Resolva cada exercício começando na frente da folha de respostas possuindo o mesmo número que o exercício, utilizando, se for necessário, o verso da folha.
- Deixe indicada a raiz de números que não sejam quadrados perfeitos. Não é necessário fazer aproximações.
- *Justifique todas as suas respostas com comentários, fórmulas e cálculos intermediários, sem esquecer as unidades das grandezas físicas pedidas.*
- Revisão da prova e resultados serão anunciados no site da disciplina.

---

1) Uma mola, de comprimento natural L_0 e constante elástica k, é montada no interior de um aro circular vertical de raio R. Uma das extremidades da mola está fixa no ponto O e a outra está livre no ponto mais baixo do aro. Um bloco de massa m é empurrado contra a mola, que se desloca ao longo da curva em um arco de ângulo $\pi/3$, até o ponto A, como mostrado na figura. O bloco é então liberado, a partir do repouso. O atrito entre o bloco e o aro é desprezível. Adote o referencial da figura, com origem em B.

1. (1,0) Obtenha uma expressão para a energia mecânica do bloco no ponto A em termos de m, R, k, g e π.
2. (1,0) Determine o valor mínimo de k para que o bloco consiga executar a curva completa, passando pelo ponto C sem cair.
3. (0,5) Sabendo-se que a partícula possui energia mecânica E no ponto A, obtenha uma expressão para a velocidade do bloco no trecho BC em função do ângulo θ, R, m, E e g.

Dado: $sen(\pi/3) = \sqrt{3}/2$, $cos(\pi/3) = 1/2$.

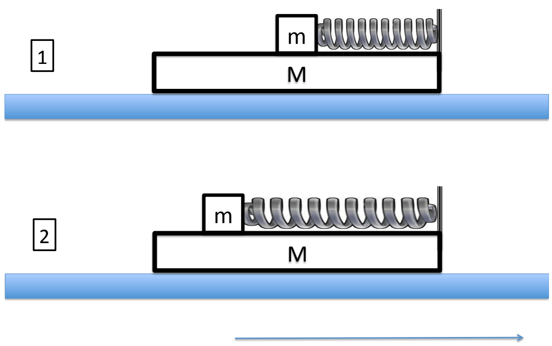


---

2) Um patinador de massa $M = 69$ kg, carregando uma bola de massa $m = 1$ kg, vai em direção a uma parede com velocidade $V_0 = 1$ m/s. Num dado instante, ele lança a bola perpendicularmente contra a parede, com velocidade $v = 2$ m/s em relação ao solo. Esta rebate na parede e volta nas mãos do patinador. Considere a colisão da bola com a parede perfeitamente elástica e despreze o atrito entre o piso e o patinador, assim como o efeito da gravidade sobre a trajetória da bola.

1. (1,0) Qual é a velocidade V_1 do patinador após lançar a bola?
2. (1,5) Qual é a velocidade V_2 do patinador após agarrar a bola rebatida pela parede?

3) Um sistema massa-mola consiste de uma partícula de massa $m = 1\,kg$ presa a uma mola de constante elastica $k = 800\,N/m$ e massa desprezível. Montamos este sistema sobre uma plataforma móvel de massa $M = 2m$ conforme mostrado na figura. A posição de equilíbrio coincide com centro de plataforma, conforme mostra a figura (1), e tanto a massa m se desloca sem atrito sobre a plataforma, quanto a plataforma se desloca sem atrito sobre a superfície horizontal. Suponhamos que a mola seja *distendida* em $1\,cm$ e solta, com o sistema todo inicialmente em repouso.



a) (1,00) o deslocamento x_M da plataforma, quando a mola estiver *comprimida* em $1/2\,cm$,

b) (0,75) a velocidade v_m (módulo e sentido) do bloco de massa m nesta condição e,

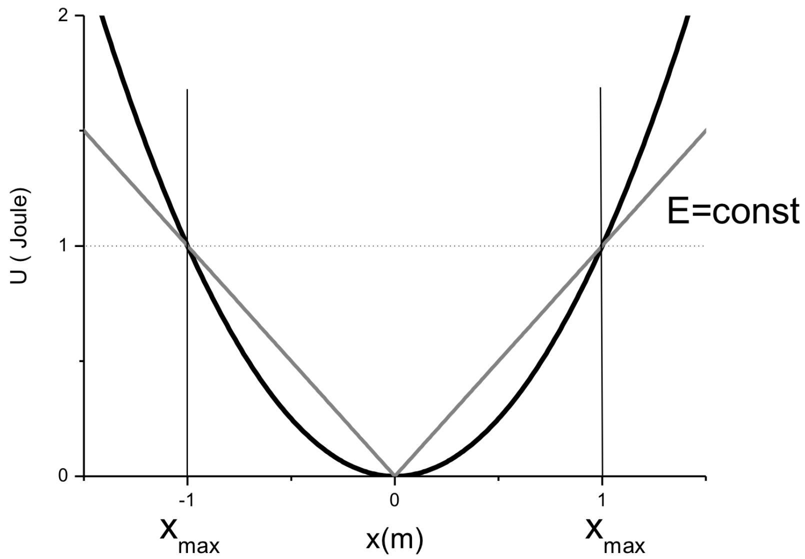
c) (0,75) a velocidade V_M (módulo e sentido) da plataforma nesta condição.

---

4)Uma partícula de massa m move-se periodicamente em uma dimensão em um potencial parabólico $U = kx^2/2$. Outra partícula da mesma massa move em potencial triangular $U = C|x|$. Os potenciais são representados pelas curvas da figura, sendo a amplitude de oscilação de X_{max}. O valor da energia dos potenciais harmônico e triangular coincide em X_{max} e $-X_{max}$. Calcule:

a) (1,5) A magnitude da forças para os potenciais harmônico e triangular nos pontos $x = X_{max}$ e $x = -X_{max}$.

b) (1,0) A razão entre períodos de oscilação no potencial harmônico, dado por $T_0 = 2\pi\sqrt{m/k}$, e no potencial triangular, T.



Questão 1

(a) Energia no Ponto A

$$E_A = mgh + \frac{1}{2}K(\Delta \ell)^2$$

$$h = R - R\cos\theta = R(1-0{,}5) = \frac{R}{2}$$

$$\Delta \ell = \frac{\pi R}{3}$$

$$\boxed{E_A = \frac{mgR}{2} + \frac{K}{2}\frac{\pi^2 R^2}{9}}$$

(b) $E_C = E_p + \frac{1}{2}mv_c^2 = 2Rmg + \frac{1}{2}mv_c^2$

no ponto C peso = Fc

$$\cancel{m}g = \frac{\cancel{m}v_c^2}{R} \Rightarrow \boxed{v_c^2 = Rg}$$

$$E_C = 2mgR + \frac{1}{2}mgR = \boxed{\frac{5}{2}mgR}$$

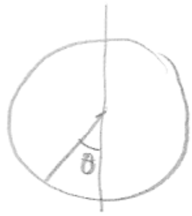
$$E_C = E_A \Rightarrow \frac{5}{2}mgR = \frac{mgR}{2} + \frac{K\pi^2R^2}{18}$$

$$2mg\cancel{R} = \frac{K\pi^2R^{\cancel{2}}}{18} \Rightarrow K = \frac{36\,mg}{\pi^2 R}$$

Questão 1

e) Energia mecânica no ponto A $\equiv E$

Energia mecânica no trecho BC



$$E_{BC} = E_p + E_c = mgR(1-\cos\theta) + \frac{1}{2}mv^2 = E$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = E - mgR(1-\cos\theta)$$

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m} - 2gR(1-\cos\theta)}$$

2ª Questão

(a) O P do patinador + bola se conserva logo

$$P_i = P_f \Rightarrow (M+m)V_0 = Mv_h + mv$$

$$(69+1)kg \times 1 m/s = 69kg\, v_h + 1kg \times 2 m/s$$

$$70\ kgm/s = 69 v_h + 2$$

$$\boxed{v_h = \frac{68}{69}\ m/s}$$

(b) O P da bola + patinador se conserva

$$P_i = P_f$$

$$mv_h - mV = (M+m)v_f$$

$$\frac{69 \times 68}{69} - 1 \times 2 = 70 v_f$$

$$\boxed{v_f = \frac{66}{70}\ m/s}$$

Gabarito: questão 3

$x_{cm}^{1} = (x_{max} - x_0)\ m/(m+2m) = -1/3$

$x_{cm}^{2} = (x - x_0)\ m/(m+2m)) = 1/6$

$x_b = 1/3 + 1/6 = 1/2$ cm

conservãçao de momento linear e energia

$mv = -2mV_b \quad v = -2V_b$

$k(x_{max} - x_0)^{2}/2 = mv^2/2 + 2mV_b^2/2 + k(x_{max} - x_0)^{2}/8$

$3k(x_{max} - x_0)^{2}/4 = 4mV_b^2 + 2mV_b^2 \quad 6V_b^2 = 3k(x_{max} - x_0)^{2}/4m$

$V_b^2 = k(x_{max} - x_0)^2/8m$

$V_b = (x_{max} - x_0)\ (k/8m)^{1/2} \quad k = 800$ N/m $\quad V_b = 0.01 * 10 = 0.1$ m/s

Gabarito – Q4

Solução

Para potencial triangular $F=-dU/dx=-F$ ($x>0$) e F ($x<0$)=constante

Que corresponde movimento acelerado entre $0<x<x_{max}$.

$X=at^2/2$, ou $t=(2x/a)^{1/2}$, periodo $T=4t=4(2x_{max}/a)^{1/2}$ (1)

No ponto $x=x_{max}$ $kx^2_{max}/2=kx_{max}$ ($x>0$), obtemos $F=-kx_{max}\ /2$ para potencial triangular e

$F=-kx_{max}$ para potencial hamonico (resposta a)

(b) $F=ma$ achamos modulo $a= F/m=kx_{max}/2m$, substituimos para (1)

Periodo $T= 4\ (2x_{max}*2m/kx_{mx})^{1/2}= 8(m/k)^{1/2}$

Para potencial harmonico $T_0= 2\pi(m/k)^{1/2}$

Achamos $T_0/T= \pi/4$