Gabarito da P1

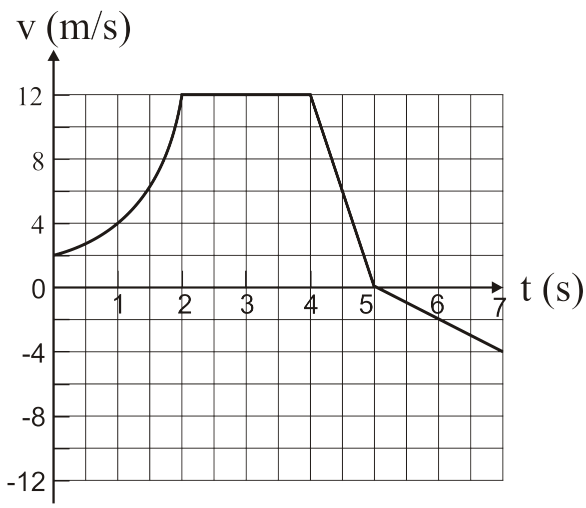
Tabela 1: Respostas das alternativas corretas das questões **Q1-Q6** para as diferentes provas.

Prova		**Q1**	**Q2**	**Q3**	**Q4**	**Q5**	**Q6**
A		b	c	b	d	c	c
B		a	d	a	a	a	d
C		c	b	a	b	d	a
D		e	e	c	e	b	b

(Q1) O gráfico ao lado mostra a velocidade de um carro em função do tempo para o intervalo $0 \leq t \leq 7$ s. A expressão da velocidade instantânea, no intervalo de tempo $0 \leq t \leq 2$ s, é:

$$v(t) = 2 - t + 3t^2.$$

Considerando que o carro em $t = 0$ encontra-se na posição $x = 1$ m, podemos afirmar que sua posição em $t = 7$ s é:



Dado: $\int Ax^n dx = A\frac{x^{n+1}}{(n+1)}$ onde A é constante.

Solução: - Podemos determinar o deslocamento do carro em um dado intervalo de tempo usando a equação:

$$\Delta x = \int_{t_i}^{t_f} v(t)dt$$

onde t_i e t_f são os instantes inicial e final do intervalo. Para o primeiro intervalo, $0 \leq t \leq 2$ s, $v(t) = 2 - t + 3t^2$. Logo, o deslocamento neste primeiro intervalo é:

$$\Delta x_1 = \int_{t=0}^{t=2s} (2 - t + 3t^2)dt = 2t - \frac{t^2}{2} + t^3\Big|_0^2 = +10 \text{ m}.$$

O deslocamento no segundo intervalo, $2 \leq t \leq 5$ s, pode ser determinado calculando-se a área sob a curva que resulta no valor:

$$\Delta x_2 = +30 \text{ m}.$$

No terceiro intervalo, $5 \leq t \leq 7$ s, o carro está retornando, movendo-se para a esquerda ($v < 0$), considerando que o eixo x tenha sido orientado para a direita. O resultado é um deslocamento negativo, ou seja:

$$\Delta x_3 = -4 \text{ m}.$$

Com isso podemos responder as perguntas nas diferentes provas.

Prova A: Perguntou-se a posição do carro quando t= 7 s, sabendo-se que a sua posição inicial era $x_i = 1$ m. Em t=7 s a posição do carro será:

$$x(t = 7\,\text{s}) = x_i + \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 1 + 10 + 30 - 4 = 37 \text{ m}.$$

Prova B: Perguntou-se o deslocamento no intervalo $0 \leq t \leq 7$ s, sabendo-se que a posição inicial do carro era $x_i = 1$ m. O resultado independe da posição inicial (que nem precisava ser um dado do problema) e o deslocamento será:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = +10 + 30 - 4 = 36 \text{ m}.$$

Prova C: Perguntou-se a posição do carro quando $t = 7$ s, sabendo-se que a sua posição inicial era $x_i = 3$ m. Em $t = 7$ s a posição do carro será:

$$x(t = 7\,\text{s}) = x_i + \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = 3 + 10 + 30 - 4 = 39 \text{ m}.$$

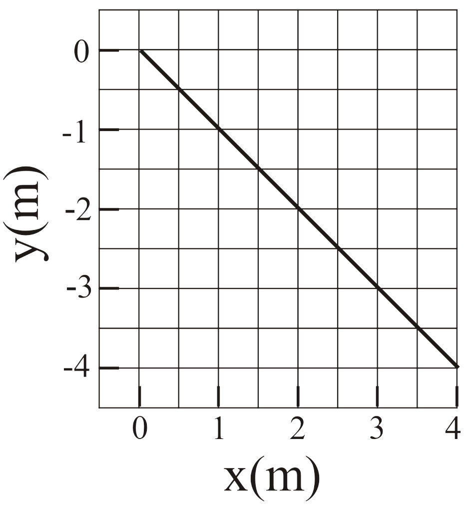
Prova D: Perguntou-se a distância percorrida no intervalo $0 \leq t \leq 7$ s sabendo-se que a sua posição inicial era $x_i = 1$ m. A distância percorrida será

$$D = \Delta x_1 + \Delta x_2 + |\Delta x_3| = +10 + 30 + 4 = 44 \text{ m}.$$

$\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star$
$\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star$

(Q2) A figura ao lado representa a trajetória de uma partícula restrita a mover-se em um plano durante 2 s. O vetor posição que pode ser associado a esta trajetória é:

Os símbolos $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$ representam a base de vetores unitários do sistema cartesiano.

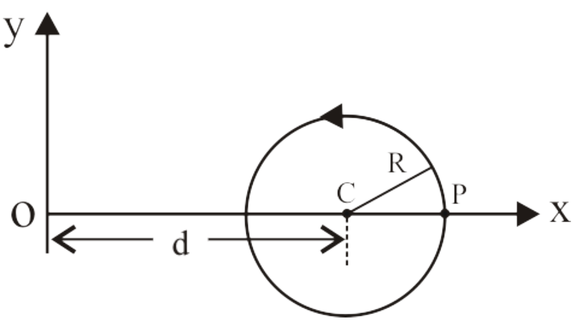


Resposta - A partir do gráfico, nota-se que a trajetória da partícula é dada por y = -x. Logo, a única das alternativas consistentes com essa trajetória é aquela em que:

$$\vec{r} = 1,0\,t^2\,\hat{\imath} - 1,0\,t^2\,\hat{\jmath}.$$

$\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star$
$\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star$

(Q3) Um corpo de massa m percorre, com velocidade angular constante ω, em sentido anti-horário, uma trajetória circular de raio R, cujo centro C dista **d** da origem O do sistema de coordenadas xy, como mostra a figura. Sabendo que o corpo está passando pelo ponto P no instante t = 0, a equação que descreve sua posição $\vec{r}$ em relação à origem do sistema de coordenadas, em função do tempo t, é dada por:

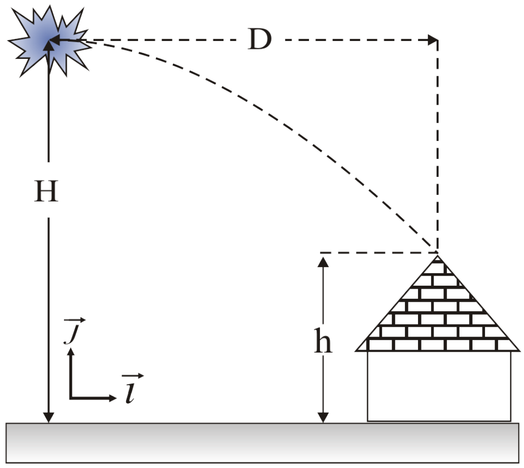


Os símbolos $\vec{\imath}$ e $\vec{\jmath}$ representam vetores unitários, perpendiculares entre si, nas direções e sentidos dos eixos x e y, respectivamente.

Resposta - Nota-se que a trajetória da partícula está deslocada da origem do sistema de coordenadas de uma distância **d** no eixo x. Para o movimento no sentido anti-horário, a alternativa consistente com essa trajetória é aquela em que $\vec{r} = (d + R\cos\omega t)\,\vec{\imath} + R\sin\omega t\,\vec{\jmath}$.
Para as provas com o movimento no sentido horário, a alternativa consistente com essa trajetória é aquela em que $\vec{r} = (d + R\cos\omega t)\,\vec{\imath} - R\sin\omega t\,\vec{\jmath}$.
$\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star\star$

⋆⋆

(Q4) Um balão de São João, partindo do repouso, é empurrado pelo vento e desloca-se horizontalmente a uma altura H = 137 m do solo. Devido ao vento, a aceleração do balão é $\vec{a} = (t/30)\vec{\imath}$ (m/s^2). Após **60 s** do início deste movimento, o balão incendeia-se instantaneamente. A tocha, sobre a qual o efeito do vento é desprezível, cai e acaba atingindo uma casa. A altura da casa é h = 12 m e se encontra a uma distância D horizontal, a contar do ponto em que o balão incendiou-se, como mostrado na figura. Pergunta-se: qual é o vetor velocidade da tocha quando ela atinge o telhado? Dê suas respostas na base de vetores $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$.



Despreze a resistência do ar.

Solução: A velocidade da **tocha** no instante inicial de sua queda pode ser determinada por:

$$\vec{v}_{tocha}(t_f) = \vec{v}_i + \int_{t_i}^{t_f} \vec{a}(t)dt.$$

O conjunto balão+tocha parte do repouso. Logo, $\vec{v}_i = 0$ e

$$\vec{v}_{tocha}(t_f) = +\int_0^{t_f} \vec{a}(t)dt$$

onde t_f é o instante em que o conjunto incendeia-se (e é um valor diferente para cada prova). Como, a partir do instante em que o balão incendeia-se, a componente horizontal da aceleração torna-se desprezível, a tocha cairá em queda livre. A partir do instante em que o sistema incendeia-se, a componente horizontal da velocidade permanecerá constante e igual $\vec{v}_x(t) = \int_0^{t_f} a(t)dt\,\vec{\imath}$. A componente vertical da velocidade será dada por $v_y(t) = -g\,t_q$ onde t_q é o tempo de queda da tocha e pode ser calculado como:

$$t_q = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$$

. Com isso, o vetor velocidade será dado por:

$$\vec{v}_{tocha}(t) = \int_0^{t_f} a(t)dt\,\vec{\imath} - (10\,t_q)\,\vec{\jmath}.$$

Fazendo as substituições dos diferentes valores fornecidos nas diferentes provas teremos:

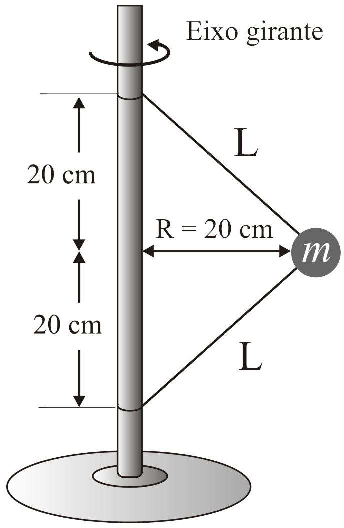
⋆⋆

⋆⋆

Tabela 2: Respostas da Q4 para as diferentes provas.

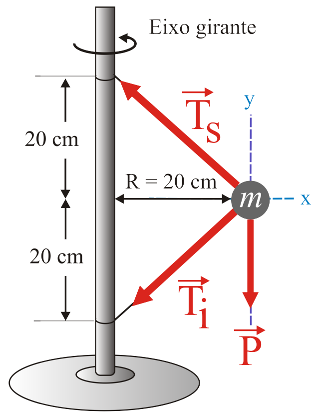
Prova	$\lvert a(t)\rvert$ (m/s^2)	t_f (s)	H (m)	t_q (s)	$\vec{v}$ (m/s)
A	$\frac{t}{30}$	60	137	5	$60\,\vec{\imath} - 50\,\vec{\jmath}$
B	$\frac{t}{60}$	60	257	7	$30\,\vec{\imath} - 70\,\vec{\jmath}$
C	$\frac{t}{25}$	50	257	7	$50\,\vec{\imath} - 70\,\vec{\jmath}$
D	$\frac{t}{30}$	60	192	6	$60\,\vec{\imath} - 60\,\vec{\jmath}$

(Q5) Uma partícula de massa m = 140 g está presa a uma haste vertical por duas cordas inextensíveis de massas desprezíveis. Quando colocada em movimento, a massa descreve um círculo horizontal de raio R = 20 cm, com as cordas esticadas. A máxima tensão que cada fio pode suportar sem arrebentar é 1,5 N. Quando o sistema é colocado para girar em torno da haste com velocidade $\omega = 10$ rad/s podemos afirmar que:



Adote $\sqrt{2} = 1,4$.

Resposta: As forças que atuam no corpo de massa m são: o seu peso $\vec{P}$, a tensão devido a corda superior $\vec{T}_s$ e a tensão da corda inferior $\vec{T}_i$. A resultante $\vec{F}_{res} = \vec{P} + \vec{T}_s + \vec{T}_i$ destas três forças tem de corresponder à força centrípeta, ou seja, tem de estar dirigida para o centro do círculo de raio R. Decompondo as forças nas direções x e y indicadas na figura devemos ter:



$$T_s \sin\theta + T_i \sin\theta = F_{res} = m\omega^2 R \qquad (1)$$

$$T_s \cos\theta = T_i \cos\theta + mg \qquad (2)$$

onde θ é o ângulo que cada fio faz com o eixo vertical. Como $\sin\theta = \cos\theta$, as equações (1) e (2) podem ser rescritas como:

$$T_s \cos\theta + T_i \cos\theta = F_{res} = m\omega^2 R \qquad (3)$$

$$T_s \cos\theta = T_i \cos\theta + mg \qquad (4)$$

Somando as expressões (3) e (4) achamos a expressão para a tensão na corda superior:

$$T_s = \frac{m}{2\cos\theta}(\omega^2 R + g) \qquad (5)$$

Fazendo a diferença entre as expressões (3) e (4) achamos a expressão para a tensão na corda inferior:

$$\mathrm{T_i} = \frac{\mathrm{m}}{2\cos\theta}(\omega^2\mathrm{R} - \mathrm{g}) \tag{6}$$

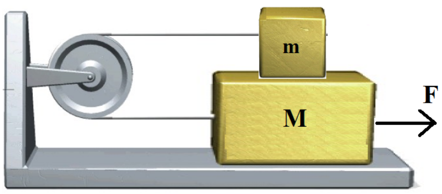
Chamando $\mathrm{T_{max}}$ o valor da máxima tensão suportada pelos fios, e substituindo os valores dados nas diferentes provas encontramos:

Tabela 3: Respostas da Q5 para as diferentes provas.

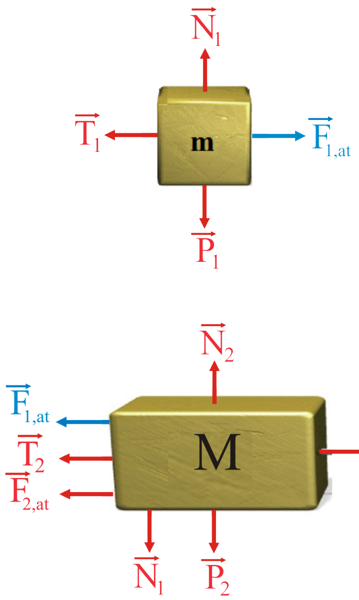
Prova	m (g)	$\mathrm{T_{max}}$ (N)	T_s (N)	$T_i(N)$	Resposta
A	140	1,5	3,0	1,0	o fio superior arrebenta
B	280	1,5	6,0	2,0	os dois fios arrebentam
C	280	1,5	6,0	2,0	os dois fios arrebentam
D	140	3,5	6,0	2,0	nenhum dos fios arrebenta

★★
★★

(Q6) Dois blocos de massas m = 1 kg e M = 3 kg estão ligados por um fio ideal que passa por uma polia ideal fixa numa parede. Os coeficientes de atrito estático e cinético **entre os blocos** valem $\mu_e = 0,5$ e $\mu_c = 0,4$, respectivamente, e os coeficientes de atrito estático e cinético entre a **massa M e o solo** valem $\mu_e = 0,3$ e $\mu_c = 0,2$. Se a **aceleração relativa** entre os blocos é de 4 m/s^2, o valor do módulo da força horizontal F aplicada a M é:



Resolução: Em toda a resolução que apresentaremos para este problema, usaremos índices igual a 1 para designar grandezas físicas relacionadas com o corpo de massa m e índices 2 para designar grandezas relacionadas com o corpo de massa M. O primeiro passo na solução de um problema deste tipo é isolar cada bloco e representar todas as forças que atuam sobre cada um deles. Isto está feito na figura ao lado. Como os corpos de massas m e M interagem um com o outro através de uma corda sem massa, podemos omiti-la e considerar que as tensões $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ se comportam como se formassem um par ação/reação. Isso não é literalmente verdade porque os corpos não estão em contato. Apesar disso, tudo o que faz uma corda sem massa é transmitir uma força de m para M sem alterar seu módulo. Assim podemos escrever que $\left|\vec{T}_1\right| = \left|\vec{T}_2\right| = T$.



Os corpos deslizam entre si e em relação ao chão. Assim sendo, devemos considerar que todas as forças de atrito são de atrito cinético. Um outro vínculo é a aceleração relativa entre os dois corpos. A força $\vec{F}$ movimentará o corpo de massa M para a direita e consequentemente, o corpo de massa m para a esquerda. Isso resulta em vetores aceleração em sentidos contrários mas de módulos iguais a 2 m/s^2 para cada corpo, ou seja, $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = 2$ m/s^2. Da segunda lei de Newton podemos escrever para o corpo de massa m:

$$T - Fat_{1,at} = ma \tag{7}$$

$$N_1 = P_1. \tag{8}$$

E, para o corpo de massa M:

$$F - T - Fat_{1,at} - Fat_{2,at} = Ma \tag{9}$$

$$N_2 = P_2 + N_1. \tag{10}$$

onde

$$Fat_{1,at} = \mu_1 N_1 = \mu_1 mg \tag{11}$$

e

$$Fat_{2,at} = \mu_2 N_2 = \mu_2 (M + m)g. \tag{12}$$

Somando as expressões (7) e (9) e substituindo as forças de atrito, obtemos para a força F a expressão:

$$\begin{aligned} F &= (M + m)a + 2Fat_{1,at} + Fat_{2,at} \\ &= (M + m)a + 2\mu_1 mg + \mu_2 (M + m)g \end{aligned} \tag{13}$$

Fazendo as substituições numéricas com os diferentes valores dados nas diferentes provas obtemos os seguntes valores de F apresentados na tabela seguinte: ⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆

Tabela 4: Respostas da Q6 para as diferentes provas.

Prova	m (kg)	M (kg)	μ_1	μ_2	F(N)
A	1	3	0,4	0,2	24
B	1	4	0,4	0,2	28
C	1	3	0,1	0,2	18
D	1	3	0,2	0,2	20