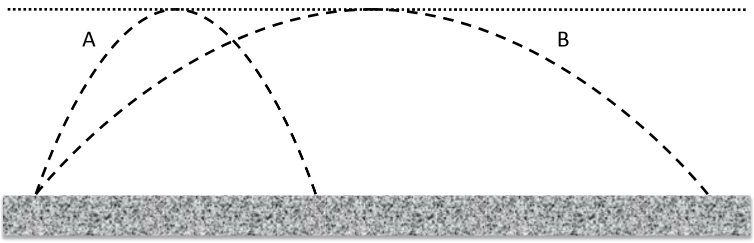
QUESTÕES DE MÚLTIPLA-ESCOLHA (1-6)

Quando necessário, use $\pi = 3,14$, **g=10 m/s**^{2}.

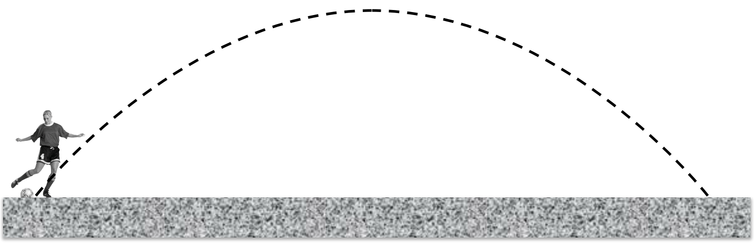
(1) [1,0] Vemos na figura duas trajetória distintas, descrevendo o movimento de dois projéteis lançados a partir do mesmo ponto, atingindo a mesma altura. Se avaliarmos a relação entre os tempos de voo, desprezando o efeito da resistência do ar, podemos dizer que:



- ☐ ***(a)*** $t_A = t_B$.
- ☐ ***(b)*** $t_A \neq t_B$.
- ☐ ***(c)*** $t_A > t_B$.
- ☐ ***(d)*** $t_A < t_B$.
- ☐ ***(e)*** faltam dados para avaliar a relação entre os tempos de voo.

Como o tempo de voo depende apenas do tempo de subida (igual ao tempo de descida, posto que o sistema é conservativo), e os dois corpos atingem a mesma altura, podemso dizer que o tempo de voo de ambos são iguais: $t_A = t_B$.

(2) [1,0] Um jogador de futebol quer lançar a bola para ele mesmo, de forma que ela encubra os adversários e ele a recupere mais à frente. Considerando que a altura máxima do lançamento é de 5 m, e a velocidade máxima do jogador é de 8 m/s, que distância ele vai percorrer até recuperar a bola?



- *(a)* 16 m
- *(b)* 8 m
- *(c)* 5 m
- *(d)* 10 m
- *(e)* 2 m

As equações de movimento para o lançamento parabólico, tomando a origem como o ponto de partida da bola, são:

$$x(t) = v_{0x}t \qquad y(t) = v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2.$$

Sabemos que o tempo de subida será dado por

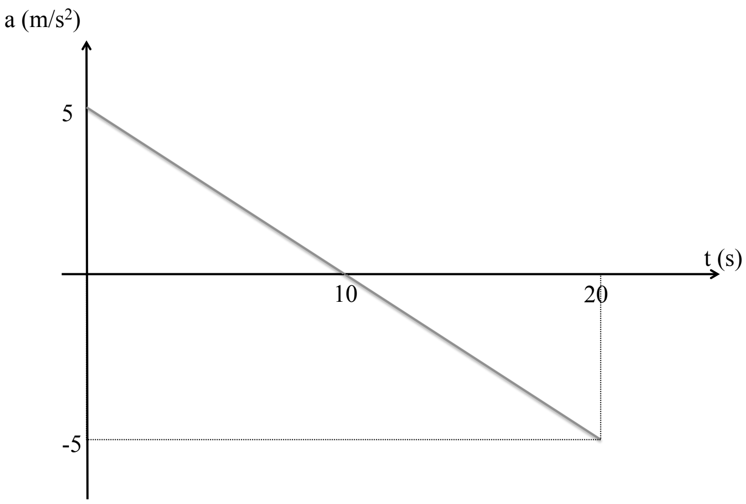
$$v_y(t) = \frac{dy}{dt} = v_{0y} - gt \quad \rightarrow \quad v_y(t_s) = 0 \quad \rightarrow \quad t_s = v_{0y}/g.$$

Neste caso, a altura máxima permite obter a velocidade vertical de lançamento

$$h = y(t_s) = v_{0y}t_s - \frac{g}{2}t_s^2 \quad \rightarrow \quad h = \frac{v_{0y}^2}{2g} \quad \rightarrow \quad v_{0y} = 10m/s.$$

e a partir desta calcular o tempo de subida $t_s = 1s$.
O jogador corre com velocidade horizontal $v_{0x} = 8m/s$. ***O tempo total de voo da bola será*** $t_t = 2t_s = 2s$.
Portanto, a distância total percorrida será de 16 m

(3) [1,0] Um corpo é submetido a uma aceleração variável $a(t) = 5\,m/s^2 - 0,5t\,m/s^3$, conforme o gráfico abaixo. No intervalo de 0 a 20 s, o instante no qual a velocidade é máxima e a variação total de velocidade no intervalo são, respectivamente



- *(a)* 10 s; 0 m/s.
- *(b)* 0 s; 50 m/s.
- *(c)* 10 s; 25 m/s
- *(d)* 20 s; 50 m/s
- *(e)* 0 s; 25 m/s

A velocidade máxima ou mínima corresponde a uma aceleração nula, ou seja, em t = 10 s. Antes disso, a aceleração positiva implica em um aumento da velocidade, depois disso, a aceleração negativa corresponde a uma redução da velocidade. Temos portanto, temos um ponto de máximo.
A variação total da velocidade corresponde à área sob a curva da aceleração, mas como as áreas acima e abaixo do gráfico são iguais, a aceleração média total é nula.
Pela função, o instante de extremo é

$$a(t_m) = 0 \qquad \rightarrow \qquad t_m = 10s$$

e como

$$\frac{d}{dt}a(t) = -0,5m/s^4 < 0$$

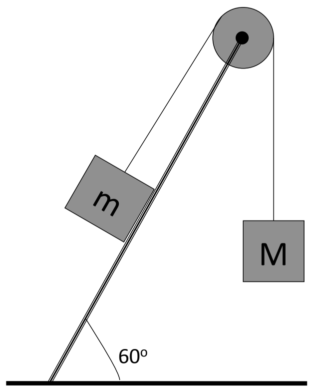
temos um ponto de máximo.
A variação total de velocidade é dada pela integral

$$v(20s) - v(0s) = \int_{0s}^{20s} a(t)\,dt = \left[5t - \frac{0,5}{2}t^2\right] \Big/_{0s}^{20s} = 0m/s$$

(4) [1,0] No plano inclinado abaixo, qual a massa M necessária para deixar o sistema em equilíbrio, na ausência de atrito?

Dado: $cos\,60° = 1/2$; $sen\,60° = \sqrt{3}/2$.

- ☐ ***(a)*** $M = \frac{\sqrt{3}}{2}m$.
- ☐ ***(b)*** $M = \frac{1}{2}m$.
- ☐ ***(c)*** $M = \sqrt{3}m$.
- ☐ ***(d)*** $M = \frac{\sqrt{3}}{3}m$.
- ☐ ***(e)*** $M = \frac{2}{\sqrt{3}}m$.



A componente tangencial da força peso atuando sobre a massa m é dada por $P_t = mg\,sen60°$. A massa terá aceleração nula se a tensão no fio igualar a componente tangencial da força peso.
A tensão no fio, por sua vez, será igual à força peso atuando sobre a massa M, quando a aceleração for nula. Portanto

(1) $$P_t = mg\,sen60° = Mg \qquad \rightarrow \qquad M = \frac{\sqrt{3}}{2}m.$$

(5) [1,0] Uma mola, ao ser comprimida, tem uma resposta não-linear, dada por uma força $F(x) = -ax + bx^2$, onde os coeficientes são $a = 0,4\,N/m$ e $b = 2\,N/m^2$. Partindo da posição de máxima compressão x_m, a mola realiza trabalho W sobre um corpo até atingir a posição $x = 0\,m$. Os valores de x_m e W são, respectivamente,

- ☐ *(a)* $x_m = -0,1\,m$; $W = \frac{4}{3}\,mJ$.
- ☐ *(b)* $x_m = -0,1\,m$; $W = -\frac{4}{3}\,mJ$.
- ☐ *(c)* $x_m = -0,2\,m$; $W = -\frac{16}{3}\,mJ$.
- ☐ *(d)* $x_m = -0,2\,m$; $W = \frac{16}{3}\,mJ$.
- ☐ *(e)* $x_m = -0,1\,m$; $W = 2\,mJ$.

Nesta parte, houve um erro tipográfico grave: a equação deveria usar um valor negativo de b ($b = -2\,N/m^2$ ***). A posição no ponto de força máxima na compressão é determinada quando***

$$\frac{d}{dx}F(x) = -a + 2bx = 0 \qquad \rightarrow \qquad x_m = \frac{a}{2b}$$

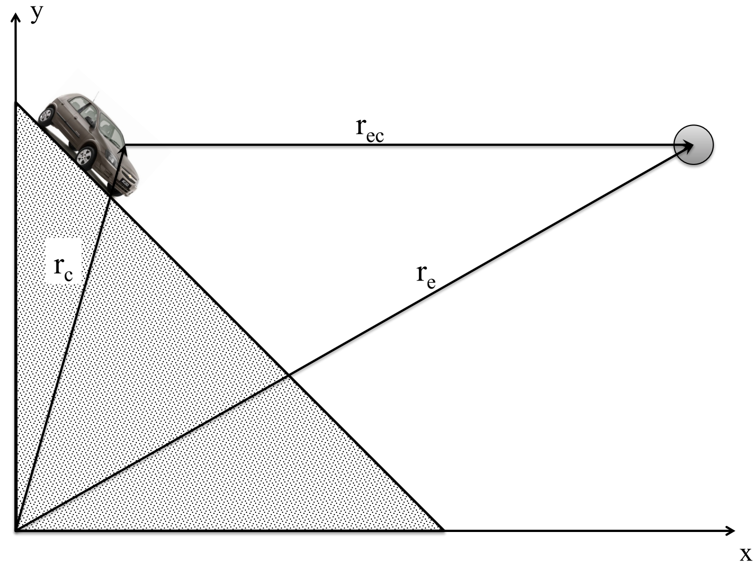
Portanto $x_m = -0,1m$.
O trabalho realizado pela mola sobre o corpo é dado pela integral

$$W = \int_{0,1}^{0} F(x)\,dx = \left[-a\frac{x^2}{2} + b\frac{x^3}{3}\right]\Big|_{0,1}^{0} = \frac{4}{3}mJ.$$

(6) [1,0] Um carro desce livremente por uma ladeira íngrime, com inclinação de 45°, sem atrito. O motorista vê uma esfera cair livremente. Qual a aceleração relativa da esfera, no referencial do motorista, em termos da aceleração gravitacional ?

Dica: aceleração da esfera no referencial da ladeira $\vec{a}_e = -g\hat{j}$

Dado: $sen45° = cos45° = \sqrt{2}/2$.



- [ ] ***(a)*** $\vec{a} = -g/2\,\hat{\imath} - g/2\,\hat{\jmath}$
- [ ] ***(b)*** $\vec{a} = g/2\,\hat{\imath} + g/2\,\hat{\jmath}$
- [ ] ***(c)*** $\vec{a} = g\sqrt{2}/2\,\hat{\imath} - g\,\hat{\jmath}$
- [ ] ***(d)*** $\vec{a} = g\sqrt{2}/2\,\hat{\imath} + g\,\hat{\jmath}$
- [ ] ***(e)*** $\vec{a} = -g/2\,\hat{\imath} + g/2\,\hat{\jmath}$

A força resultante sobre o carro será a componente tangencial da força peso, $\vec{P}_t = M\frac{g}{2}\hat{\imath} - M\frac{g}{2}\hat{\jmath}$***, uma força resultante de módulo*** $P_t = Mg\sqrt{2}2$ ***apontando ladeira abaixo. A aceleração do carro será***

$$\vec{a}_c = \frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_c(t) = \frac{g}{2}\hat{\imath} - \frac{g}{2}\hat{\jmath}$$

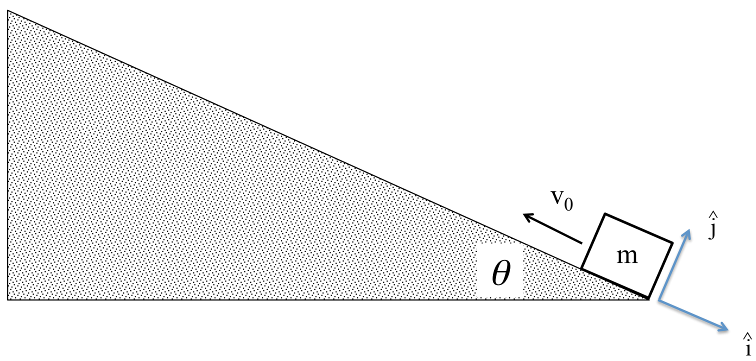
Teremos que a aceleração da esfera, vista do carro, será

$$\vec{a}_{ec} = \frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_{ec}(t) = \frac{d^2}{dt^2}\left[\vec{r}_e(t) - \vec{r}_c(t)\right] = -g\hat{\jmath} - \left(\frac{g}{2}\hat{\imath} - \frac{g}{2}\right)\hat{\jmath} = -\frac{g}{2}\hat{\imath} - \frac{g}{2}\hat{\jmath}$$

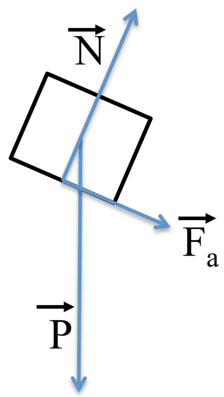
QUESTÃOS DISCURSIVA

ATENÇÃO: A solução dessa questão deve ser feita no caderno de provas devidamente identificado com nome, NUSP e turma.

Um bloco de massa m é lançado em um plano inclinado, fazendo um ângulo θ com o solo, com velocidade inicial v_0. Ele sobe, atinge o ponto mais alto da trajetória, e retorna à posição inicial. Considerando a aceleração gravitacional g e o coeficiente de atrito cinético μ, responda às seguintes questões:



- a) [0,5] Faça o diagrama de forças que atuam sobre o corpo no início do movimento.



- b) [0,5] Descreva os valores das forças indicadas no item anterior em termo das variáveis do enunciado.

  Escolhendo os eixos conforme indicados na figura, teremos que

$$\textbf{\textit{Peso}}\ \vec{P} = P_T\hat{\imath} + P_N\hat{\jmath} = Mg(sen\theta\hat{\imath} - cos\theta\hat{\jmath}).$$

  Já a força Normal, uma força de vínculo, deve ser igual à componente normal da força peso, para que a aceleração transversal ao plano seja nula

$$\textbf{\textit{Normal}}\ \vec{N} = -P_N\hat{\jmath} = Mgcos\theta\hat{\jmath}.$$

A força de atrito tem o módulo proporcional à normal

$$\textbf{\textit{Força de atrito}}\,\vec{F}_a = \mu Mgcos\theta\hat{\imath}$$

- c) [1,0] Qual a distância total percorrida pelo corpo na subida?

  A aceleração total do corpo será dada por

  $$\vec{a}(t) = g(sen\theta + \mu cos\theta)\hat{\imath}.$$

  Sua velocidade na subida será

  $$\vec{v}(t) = [-v_0 + g(sen\theta + \mu cos\theta)]\,\hat{\imath}.$$

  Devendo portanto parar em $t_s = v_0/[g(sen\theta + \mu cos\theta)]$. ***A posição do corpo na subida, tomando o ponto inicial como origem, será***

  $$\vec{r}(t) = \left[-v_0 t + g(sen\theta + \mu cos\theta)\frac{t^2}{2}\right]\hat{\imath}.$$

  Portanto sua posição final será

  $$\vec{r}(t_s) = \frac{-v_0{}^2}{2g(sen\theta + \mu cos\theta)}\hat{\imath}.$$

  O valor absoluto da distância total percorrida será

  $$d = \frac{v_0{}^2}{2g(sen\theta + \mu cos\theta)}.$$

- d) [1,0] Qual o trabalho realizado pela força peso e pela força de atrito ao longo da subida.

  O trabalho da força peso na subida será dado por

  $$W_P = \int_{x_i}^{x_f} Mgsen\theta\,dx = Mgsen\theta\left[\frac{-v_0{}^2}{2g(sen\theta + \mu cos\theta)} - 0\right] = -Mv_0{}^2\frac{sen\theta}{2(sen\theta + \mu cos\theta)}.$$

  Para a força de atrito teremos

  $$W_{F_a} = \int_{x_i}^{x_f} Mg\mu cos\theta\,dx = Mg\mu cos\theta\left[\frac{-v_0{}^2}{2g(sen\theta + \mu cos\theta)} - 0\right] = -Mv_0{}^2\frac{\mu cos\theta}{2(sen\theta + \mu cos\theta)} \tag{2}$$

- e) [0,5] Qual o trabalho realizado pela força peso e pela força de atrito ao longo da descida.

  O trabalho da força peso na descida será dado por

  $$W_P = \int_{x_i}^{x_f} Mgsen\theta\,dx = Mgsen\theta\left[0 - \frac{-v_0{}^2}{2g(sen\theta + \mu cos\theta)}\right] = Mv_0{}^2\frac{sen\theta}{2(sen\theta + \mu cos\theta)}.$$

  A força de atrito inverte de sentido na descida, portanto teremos

  $$W_{F_a} = \int_{x_i}^{x_f} -Mg\mu cos\theta\,dx = -Mg\mu cos\theta\left[0 - \frac{-v_0{}^2}{2g(sen\theta + \mu cos\theta)}\right] = -Mv_0{}^2\frac{\mu cos\theta}{2(sen\theta + \mu cos\theta)} \tag{3}$$

- f) [0,5] Qual a variação da energia cinética no trajeto total do corpo?

  A variação de energia cinética é dada pela soma dos trabalhos realizados na subida e na descida. Note que o trabalho da força peso na subida é igual em módulo ao trabalho da força peso na descida, oposta em sentido, pois é uma força conservativa. Teremos então que a variação total da energia cinética é dada por

  $$T_f - T_i = -Mv_0{}^2 \frac{\mu cos\theta}{sen\theta + \mu cos\theta}$$

  representando uma energia perdida pelo sistema.

Dê suas respostas em termos das variáveis descritas no enunciado. Justifique de forma sucinta as contas realizadas.

FORMULÁRIO

Força: $\vec{F} = m\vec{a}$ Aceleração: $\vec{a}(t) = \frac{d}{dt}\vec{v}(t)$ Velocidade: $\vec{v}(t) = \frac{d}{dt}\vec{x}(t)$

Trabalho: $W = \int_{x_i}^{x_f} F(x)dx$ Energia cinética $T(v) = mv^2/2$

Trabalho X Energia cinética: $W = T(v_f) - T(v_i)$