NUSP:

⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪	⓪
①	①	①	①	①	①	①
②	②	②	②	②	②	②
③	③	③	③	③	③	③
④	④	④	④	④	④	④
⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤	⑤
⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥	⑥
⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦	⑦
⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧	⑧
⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨	⑨

Instruções: preencha ***completamente*** *os círculos com os dígitos do seu número USP (um em cada coluna); na parte de baixo dessa folha, preencha* ***completamente*** *os círculos com as respostas corretas correspondentes a cada questão. Use caneta esferográfica preta ou azul. Escreva apenas nas áreas designadas.*

Nome: ....

Assinatura: ....

Turma: ....

Professor: ....

ESTE ESPAÇO É DE USO EXCLUSIVO DA BANCA DE CORREÇÃO

	1a Avaliação	Revisão
Múltipla-escolha		
Parte discursiva		
Total		

- Esta prova é formada de uma parte objetiva contendo seis (6) questões de múltipla-escolha (Q1-Q6) e uma parte discursiva contendo uma (1) questão (Q7).
- A parte objetiva corresponde a um total de 4,5 pontos e a parte discursiva a 5,5 pontos.

Marque as respostas das questões de múltipla-escolha

(1) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(2) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(3) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(4) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(5) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

(6) Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ Ⓔ

QUESTÕES DE MÚLTIPLA-ESCOLHA (1-6)

(1) [0,75 pt] Uma moeda se encontra a uma distância r do eixo de um disco que se encontra numa posição plana e tem raio R. O coeficiente de atrito estático entre o disco e a moeda é μ_E. Suponha que a velocidade angular ω do disco aumenta de forma constante a partir do repouso. Qual será o módulo de sua velocidade angular no instante em que a moeda iniciará a escorregar?

- ☐ *(a)* $\omega = \sqrt{\dfrac{R^2}{r\mu_E g}}$
- ☐ *(b)* $\omega = \sqrt{\dfrac{\mu_E\, g}{r}}$
- ☐ *(c)* $\omega = \sqrt{\dfrac{\mu_E g}{R}}$
- ☐ *(d)* $\omega = \sqrt{\dfrac{r\mu_E g}{R^2}}$
- ☐ *(e)* $\omega = \sqrt{\dfrac{R}{\mu_E g}}$

Resposta b: Um diagrama de forças para a moeda (desenhe-o!) mostra que na direção perpendicular ao plano do disco, o peso da moeda $\vec{P}$ e a normal $\vec{N}$ aplicada pelo disco sobre a mesma se anulam. O movimento circular com velocidade angular ω do disco, na ausência de escorregamento, implica então que a força resultante, nesse caso a força de atrito estático $\vec{f}_{at}$ sobre a moeda, faz o papel de força centrípeta. Então, na iminência do escorregamento, temos:

$$F_R = f_{at} = f_{max} = \mu_E mg = m\omega^2 r \Longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{\mu_E\, g}{r}}$$

(2) [0,75 pt] O vetor posição de uma particula é dado por $\vec{r}(t) = (2,0 + 1,0t^2)\,\hat{\imath} + 1,0t\,\hat{\jmath}$ m, para t medido em segundos. Para o instante $t = 2$ s, os vetores velocidade e aceleração desta partícula se escrevem:

- ☐ *(a)* $\vec{v} = 3,0\,\hat{\imath} + 1,0\,\hat{\jmath}$ m/s e $\vec{a} = \vec{0}$ m/s^2
- ☐ *(b)* $\vec{v} = 3,0\,\hat{\imath} + 1,0\,\hat{\jmath}$ m/s e $\vec{a} = 1,5\,\hat{\imath} + 0,5\,\hat{\jmath}$ m/s^2
- ☐ *(c)* $\vec{v} = \vec{0}$ m/s e $\vec{a} = \vec{0}$ m/s^2
- ☐ *(d)* $\vec{v} = 4,0\,\hat{\imath} + 1,0\,\hat{\jmath}$ m/s e $\vec{a} = 2,0\,\hat{\imath}$ m/s^2
- ☐ *(e)* $\vec{v} = 4,0\,\hat{\imath} - 1,0\,\hat{\jmath}$ m/s e $\vec{a} = -2,0\,\hat{\imath}$ m/s^2

Resposta d: O vetor velocidade $\vec{v}(t)$ é a derivada com respeito ao tempo do vetor posição $\vec{r}(t)$:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[(2,0 + 1,0t^2)\,\hat{\imath} + 1,0t\,\hat{\jmath}\right] = 2,0t\,\hat{\imath} + 1,0\,\hat{\jmath}\ \text{m/s}$$

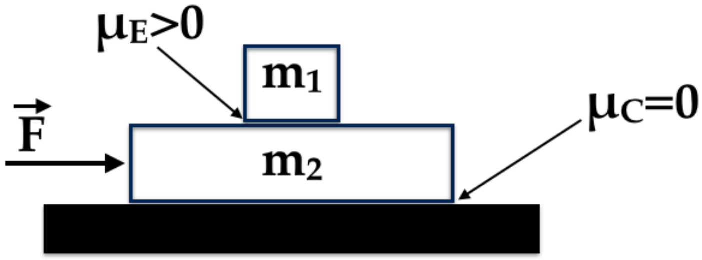
O vetor aceleração $\vec{a}(t)$ é a derivada com respeito ao tempo do vetor velocidade $\vec{v}(t)$:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left[2,0t\,\hat{\imath} + 1,0\,\hat{\jmath}\right] = 2,0\,\hat{\imath}\ \text{m/s}^2$$

Logo, em $t = 2$ s, temos:

$$\vec{v}(t) = 4,0\,\hat{\imath} + 1,0\,\hat{\jmath}\ \text{m/s} \quad \text{e} \quad \vec{a}(t) = 2,0\,\hat{\imath}\ \text{m/s}^2$$

(3) [0,75 pt] Dois blocos escorregam juntos sobre uma superfície horizontal sem atrito. O bloco de cima tem massa m_1 e o de baixo m_2 e o atrito entre eles tem um coeficiente estático μ_E. Uma força horizontal de módulo F atua sobre o bloco de baixo. Qual é a condição sobre F para que os dois blocos não deslizem entre si?



- ☐ *(a)* $F \leq \mu_E(m_1 + m_2)g$
- ☐ *(b)* $F \leq \dfrac{\mu_E\,(m_1 + m_2)\,g}{m_1\,m_2}$
- ☐ *(c)* $F \leq \dfrac{\mu_E m_1 m_2 g}{(m_1 + m_2)}$
- ☐ *(d)* $F \geq \mu_E(m_1 + m_2)g$
- ☐ *(e)* $F \geq \dfrac{\mu_E m_1 m_2 g}{(m_1 + m_2)}$

Resposta a: Para que os blocos não deslizem entre si eles devem ter a mesma aceleração $\vec{a}$. Dado que a força resultante sobre o sistema formado pelos dois blocos é $\vec{F}$, essa aceleração conjunta na ausência de escorregamento tem módulo:

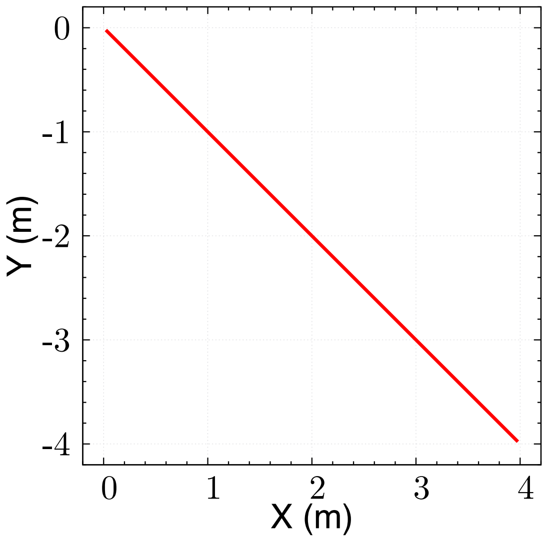
$$a = \frac{F}{m_1 + m_2},$$

e direção e sentido dados $\vec{F}$. Entretanto, um diagrama de forças para o bloco de massa m_1 (desenhe-o!) indica que a força resultante para esse bloco é a força de atrito estático na mesma direção e sentido de $\vec{F}$, cuja máxima intensidade é $f_{max} = \mu_E N = \mu_E m_1 g$. Portanto, temos que

$$a_{max} = \frac{f_{max}}{m_1} = \mu_E g$$

e portanto

$$F \leq (m_1 + m_2)a_{max} = \mu_E(m_1 + m_2)g$$



(4) [0,75 pt] A figura abaixo representa a trajetória de uma partícula restrita a mover-se em um plano durante 2 s. Qual o vetor posição que pode ser corretamente associado a esta trajetória?

- ☐ *(a)* $\vec{r} = 1,0t^2\,\hat{\imath} - 1,0t^2\,\hat{\jmath}$ m.
- ☐ *(b)* $\vec{r} = -2,0t\,\hat{\imath} + 1,0t^2\,\hat{\jmath}$ m.
- ☐ *(c)* $\vec{r} = 1,0t^2\,\hat{\imath} + 1,0t^2\,\hat{\jmath}$ m.
- ☐ *(d)* $\vec{r} = -1,0t\,\hat{\imath} + 2,0t^2\,\hat{\jmath}$ m.
- ☐ *(e)* $\vec{r} = 1,0t^2\,\hat{\imath} + 2,0\,\hat{\jmath}$ m.

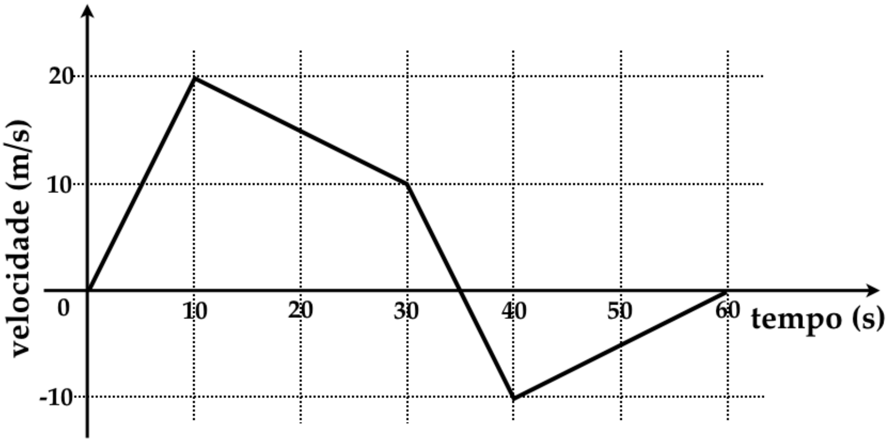
Resposta a: A partir do gráfico, nota-se que a trajetória da partícula é dada por $y = -x$. Logo, a única das alternativa consistentes com essa trajetória é aquela em que $\vec{r} = 1,0t^2\,\hat{\imath} - 1,0t^2\,\hat{\jmath}$ m.

(5) [0,75 pt] Uma bolinha de $0,1$ kg experimenta, por um breve intervalo de tempo, uma enorme aceleração (módulo) da ordem de $|\vec{a}_B| \approx 10^4$ m/s^2, devido ao impacto da mesma com uma parede. Esta aceleração inverte a direção (ou sentido) da velocidade da bolinha durante o curto intervalo de tempo do impacto. Sobre os módulos da força ($|\vec{F}|$) e aceleração ($|\vec{a}|$) *experimentadas pela parede* devido a este processo, podemos afirmar:

- ☐ *(a)* $|\vec{F}| \approx 10^3$ N e $|\vec{a}| \approx 10^4$ m/s^2
- ☐ *(b)* $|\vec{F}| \approx 0$ N e $|\vec{a}| \approx 10^4$ m/s^2
- ☐ *(c)* $|\vec{F}| \approx 10^3$ N e $|\vec{a}| \approx 0$
- ☐ *(d)* $|\vec{F}| \approx 10^4$ N e $|\vec{a}| \approx 0$
- ☐ *(e)* $|\vec{F}| \approx 0$ N e $|\vec{a}| \approx 0$

Resposta c: De acordo com a 2a lei de Newton, a força resultante sobre a bolinha (e aplicada pela parede) é de aproximadamente $(0,1\text{ kg}) \times (10^4\text{ m/s}^2) = 10^3$ N. De acordo com a 3a lei (ação e reação), a bolinha deve exercer sobre a parede uma força de mesma intensidade ($|\vec{F}| \simeq 10^3$ N), porém em sentido oposto. A massa da parede, entretanto, é muito maior que a massa da bolinha, logo a correpondente aceleração experimentada pela parede é essencialmente nula ($|\vec{a}| \simeq 0$).

(6) [0,75 pt] Um bloco de 46 kg de massa está sob a ação de várias forças e se movimenta ao longo do eixo x. A componente x de sua velocidade (v_x) varia com o tempo conforme o gráfico abaixo. Qual é o valor máximo da força resultante sobre o bloco, entre o início de seu movimento e $t = 60$ s?



- ☐ *(a)* 60 N
- ☐ *(b)* 92 N
- ☐ *(c)* 104 N
- ☐ *(d)* 78 N
- ☐ *(e)* 46 N

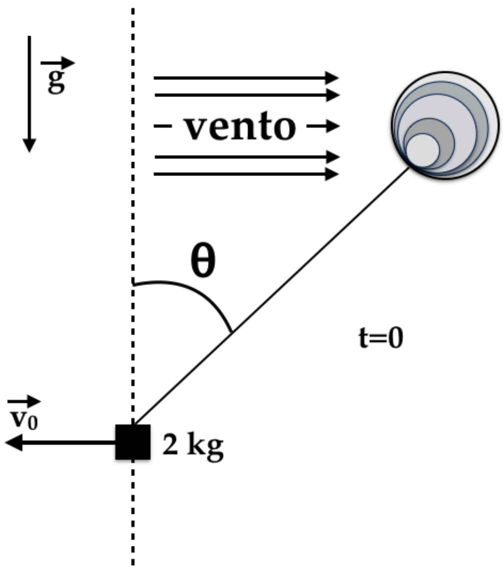
Resposta b: Por aplicação direta da 2a lei de Newton, a força resultante teá valor máximo que corresponde também à máxima aceleração do corpo. Com a aceleração escalar instantânea $a(t)$ é a derivada com respeito ao tempo da velocidade escalar instantânea $v(t)$ mostrada no gráfico, vemos que a máxima aceleração em módulo é atingida entre os instantes 30 s e 40 s, quando vale -2 m/s^2. Logo,

$$|F|_{max} = ma_{max} = (46\text{ kg}) \times |-2\text{ m/s}^2| = 92\text{ N}$$

QUESTÃO DISCURSIVA

ATENÇÃO: A solução dessa questão deve ser feita no caderno de respostas em anexo (folhas 1 e 2) devidamente identificado com nome, NUSP e turma.

(7) [5,5 pts] Um balão está preso a um bloco por meio de um fio ideal (massa desprezível e inextensível). A massa do bloco é de $2,0$ kg. A tensão (módulo) no fio entre o bloco e o balão é de 30 N. O vento arrasta o balão de modo que o fio faz um ângulo θ ($\cos\theta = 4/5$ e $\sin\theta = 3/5$) em relação à vertical (ver figura abaixo). Assuma que o módulo da aceleração da gravidade no local é $g = 10$ m/s^2. Assuma ainda que o bloco é pequeno, de maneira que a força do vento sobre o bloco é desprezível. A figura mostra o vetor velocidade inicial $\vec{v}_0$ do bloco cujo módulo é 10 m/s.



(a) (1,0) Faça um diagrama das forças que atuam sobre o bloco. Comente (uma ou duas frases) a origem de cada força de seu diagrama. Defina um sistema de coordenadas e escreva as forças do seu diagrama neste sistema.

(b) (1,0) Determine a aceleração do bloco (enuncie leis físicas utilizadas).

(c) (1,0) Considere θ constante durante toda a dinâmica do sistema e determine $\vec{r}(t)$ (2D apenas) para o bloco (enuncie príncipios e resultados matemáticos utilizados).

(d) (1,5) Com base em seus resultados, faça uma descrição *qualitativa* da trajetória do bloco. Relacionando sua descrição com os resultados para os itens anteriores (dica: faça um esquema para indicar a trajetória, como um tracejado com setas).

(e) (1,0) Considere que o balão tem massa desprezível e que a força do vento sobre o balão tem componente apenas ao longo da horizontal (eixo x). Determine a força do vento sobre o balão (enuncie hipóteses, critérios, etc).

CADERNO DE RESPOSTAS - FOLHA 1

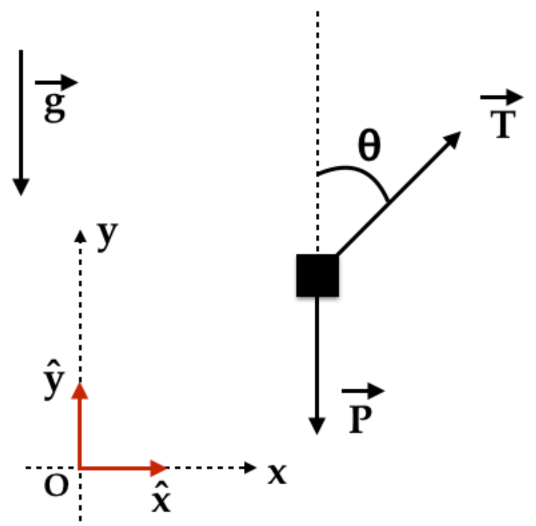
NOME:

NUSP:

TURMA:

GABARITO

(a) Atuam sobre o bloco a força peso $\vec{P}$ e a tensão $\vec{T}$. A tensão é devido ao fio e o peso à atração gravitacional da Terra. Para um balão nas proximidades da superfície terrestre, um referencial grudado ao solo é uma ótima aproximação de referencial inercial. Nele, um sistema de coordenadas adequado para esse problema é o da figura abaixo, com o eixo y alinhado com o campo gravitacional uniforme $\vec{g}$ e apontando de baixo para cima e o eixo x perpendicular a esse e apontando na mesma direção, mas no sentido oposto ao do vetor velocidade inicial $\vec{v}_0$. Por conveniência, a origem de tal sistema pode ser tomada como a posição inicial do bloco.



Nesse sistema, as forças podem ser escritas explicitamente como

$$\begin{aligned}\vec{P} &= m\vec{g} = -mg\,\hat{y} = -20\,\hat{y}\ \mathrm{N}\\ \vec{T} &= T\sin\theta\,\hat{x} + T\cos\theta\,\hat{y} = 18\,\hat{x} + 24\,\hat{y}\ \mathrm{N}\end{aligned}$$

(b) A segunda lei de Newton nos diz que $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. Usando o resultado do ítem anterior temos:

$$\sum \vec{F} = \vec{T} + \vec{P} = (18\,\hat{x} + 24\,\hat{y}) + (-20\,\hat{y}) = (18\,\hat{x} + 4\,\hat{y})\ \mathrm{N}$$

de modo que podemos escrever

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\sum \vec{F} = \frac{1}{2}(18\,\hat{x} + 4\,\hat{y})\ \mathrm{m/s^2} = (9\,\hat{x} + 2\,\hat{y})\ \mathrm{m/s^2}$$

(c) Podemos escrever

$$\vec{a} = \ddot{x}\,\hat{x} + \ddot{y}\,\hat{y} = a_x\,\hat{x} + a_y\,\hat{y}$$

e do ítem anterior temos

$$\begin{cases} \ddot{x} = 9 \text{ m/s}^2 \\ \ddot{y} = 2 \text{ m/s}^2 \end{cases}$$

Como θ é constante durante o movimento, assim como o módulo da tensão, o mesmo pode ser dito acerca do vetor aceleração $\vec{a}$, de modo que temos um MUV em ambas as direções x e y:

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_{0x}t + a_x t^2/2 \\ y(t) = y_0 + v_{0y}t + a_y t^2/2 \end{cases}$$

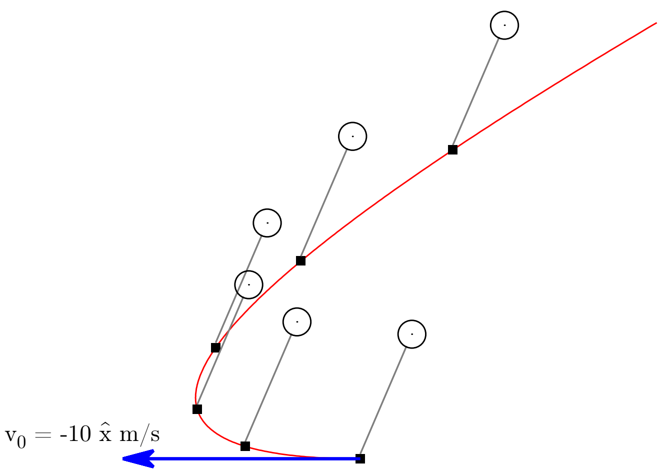
Utilizando os dados do problema (posição e velocidade iniciais no sistema de coordenadas adotado), temos:

$$\begin{cases} x(t) = -10t + 9t^2/2 \text{ m} \\ y(t) = t^2 \text{ m} \end{cases}$$

Logo

$$\vec{r}(t) = x(t)\,\hat{x} + y(t)\,\hat{y} = (-10t + 9t^2/2)\,\hat{x} + t^2\,\hat{y} \text{ m}$$

(d) Notemos que o bloco irá “subir” pois $a_y > 0$. Notemos também que o mesmo está acelerado na direção x pois $a_x > 0$. No entanto, existe uma velocidade inicial $v_{x0} = -10$ m/s e, portanto, antes de se mover na direção de x positivo, seguirá por um certo tempo na direção x negativa. Uma esquema qualitativo da trajetória seria:



(e) Como o balão tem massa m_b desprezível, temos da segunda lei de Newton que $m_b\vec{a} \simeq 0$ para o balão. Portanto, temos também que $\sum \vec{F} \simeq 0$. Em particular, na direção horizontal, ao longo da qual atua a força do vento, deve-se ter para o balão:

$$F_{\text{vento}} + T_x = 0$$

onde T_x é agora a componente x da tensão no balão e a terceira lei de Newton implica que $T_x < 0$. Logo

$$F_{\text{vento}} = -T_x = -(-30\,\text{N})\sin\theta = 18\,\text{N}.$$

Por completeza, o correspondente vetor força é dado por: $\vec{F}_{\text{vento}} = 18\,\hat{x}\,\text{N}$.

Aos interessados na forma exata da trajetória do bloco

Se quisermos ir além da descrição qualitativa cobrada no ítem (d), é preciso alguns cálculos a mais.

Para obter a equação da trajetória $y(x)$, precisamos eliminar o tempo t das equações apresentadas no ítem (c). Por exemplo, da equação para $y(t)$, tem-se que $t = \sqrt{y}$, já que para $t \geq 0$, $y \geq 0$. Substituindo na equação de $x(t)$, temos

$$x = -10\sqrt{y} + \frac{9}{2}y \Longrightarrow 100y = \left(x - \frac{9}{2}y\right)^2$$

E a equação final para a trajetória é então

$$x^2 - 9xy + \frac{81}{4}y^2 - 100y = 0$$

Essa equação é um caso particular de uma família de curvas no plano, conhecidas como seções cônicas, descritas pela equação geral

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

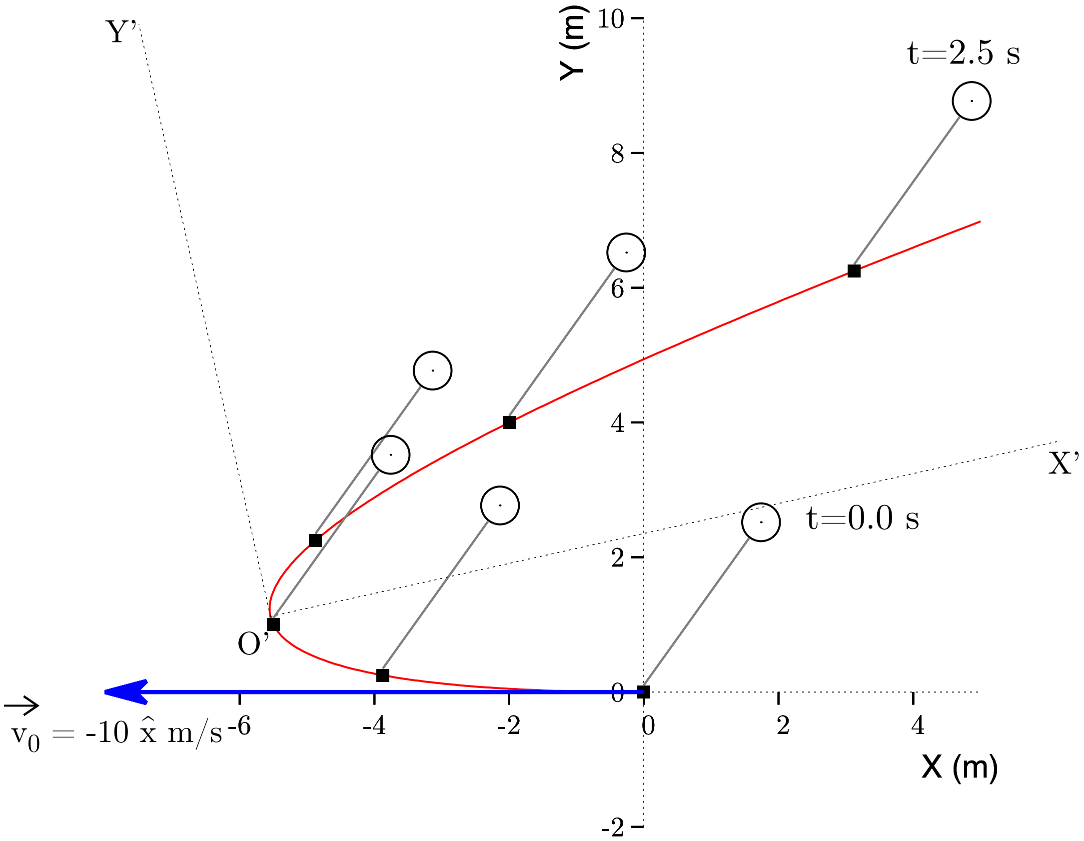
para constantes reais A, B, C, D, E, F (com $A \neq 0$ ou $B \neq 0$ ou $C \neq 0$) e formadas pelos círculos, elipses, parábolas e hipérboles. Cada uma dessas curvas é obtida a partir da equação geral, de acordo com as condições:

$$\begin{cases} B^2 - 4AC &= 0 \quad \text{(parábola)} \\ B^2 - 4AC &> 0 \quad \text{(hipérbole)} \\ B^2 - 4AC &< 0 \quad \text{(elipse/círculo (A=C, B=0))} \end{cases}$$

Vemos claramente que para o caso do bloco em questão, temos $A = 1$, $B = -9$, $C = 81/4$, $D = 0$, $E = -100$ m e $F = 0$ e, portanto, uma trajetória parabólica.

Você pode estar se perguntando como a equação acima pode descrever uma parábola, já que não está na forma familiar $y = ax^2 + bx + c$. A resposta é que essa última forma pressupõe a adoção de um sistema de coordenadas particular em que um dos eixos cartesianos é paralelo à diretriz da parábola. Já a forma anterior é válida para qualquer orientação dos eixos cartesianos. Você provavelmente estudará a equação geral das cônicas no curso de Algebra Linear II, bem como será apresentado a um procedimento, denominado *diagonalização de formas quadráticas*, para encontrar sistemas de coordenadas nos quais as cônicas assumem suas formas padrões.

No sistema com eixos X', Y' e origem O' da figura seguinte, a parábola assume a forma familiar $x' = ay'^2$. A figura mostra também a trajetória exata do bloco, em particular, as posições a cada 0,5 s são apresentadas explicitamente.


Y'
Y (m)
10
8
6
4
2
0
-2
t=2.5 s
X'
t=0.0 s
O'
$\vec{v}_0$ = -10 $\hat{x}$ m/s
-6
-4
-2
0
2
4
X (m)